



**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ОБРАБОТКА
ПСИХОЛОГИЧЕСКОГО
ЭКСПЕРИМЕНТА**

г. Кызыл – 2021 год

**ФГБОУ ВО «ТУВИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра математики и методики преподавания математики

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА
ПСИХОЛОГИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА**

Учебно-методическое пособие для студентов
бакалавров педагогического направления

Кызыл – 2021 г

Печатается по решению учебно-методического Совета Тувинского государственного университета

УДК 159.25
ББК $\frac{22.172}{М34}$

Математическая обработка психологического эксперимента: Учебно-методическое пособие для студентов бакалавров педагогических направлений. / А.И. Сотников, Н.Б. Ивирсина– Кызыл: Издательство : Тувинского государственного университета, 2020. – 99 с.

Пособие предназначено для студентов бакалавров педагогических направлений. Содержит краткие теоретические сведения, примеры решения базовых задач, упражнения для практических занятий. Может быть рекомендовано студентам Кызылского педагогического института, а также студентам педагогического направления, изучающим отдельные главы в рамках дисциплин по выбору.

Рецензенты:

- **Танзы Менги Васильевна**, кандидат педагогических наук, доцент, зав. кафедрой математики и методики преподавания математики Тувинского государственного университета.
- **Донгак Буян Алексеевич**, кандидат экономических наук, заместитель директора Тувинского института гуманитарных и прикладных социально-экономических исследований.

© Тувинский государственный университет, 2021 г.

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Базовые понятия	5
Глава 2. Описательная статистика.....	11
Глава 3. Принципы проверки статистических гипотез.....	21
Глава 4. Критерии для связанных выборок.....	26
Глава 5. Критерии для несвязанных выборок.....	35
Глава 6. Многофункциональный критерий φ -Фишера.....	46
Глава 7. Исследование взаимосвязей признаков.....	53
Индивидуальная работа	65
Приложения	87
Литература.....	99

Введение

Данное пособие содержит материал применения статистических методов для обработки результатов психологического или педагогического эксперимента. Работа предназначена, в первую очередь, для подготовки бакалавров по направлениям подготовки 44.03.01 Педагогическое образование и 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) в качестве учебно-методического пособия по дисциплине «Математическая обработка психологического эксперимента», но будет и полезно студентам-бакалаврам Кызылского педагогического института по УГС 370000 Психологические науки.

Пособие представляет собой практикум по решению задач по разделам рабочей программы дисциплины «Математическая обработка психологического эксперимента» и составлено по материалам, которые накоплены авторами в ходе многолетнего опыта преподавания аналогичных дисциплин для студентов Тувинского государственного университета. Каждая глава пособия содержит краткие теоретические сведения, разбор решения типовых задач и упражнения для самостоятельного решения.

В основных семи главах пособия содержится учебный материал для математической обработки психологического (педагогического) эксперимента методами математической статистики. Основное внимание уделено применению непараметрических критериев. Пособие содержит описание следующих критериев: критерий G (знаков), T (Вилкоксона), Q (Розембаума), U (Манна-Уитни) и многофункциональный критерий φ -Фишера. Для удобства определения пороговых значений показателя уровня значимости в пособие включены соответствующие таблицы под общим наименованием Приложения. Пособие содержит методический материал для организации самостоятельной работы студентов по указанной дисциплине который состоит из 10 вариантов индивидуальных работ.

Пособие предназначено для студентов педагогических направлений, изучающих дисциплину как очно, так и для студентов заочной формы обучения.

Глава 1. Базовые понятия

Переменные, наблюдения.

Переменные (или признаки) – это измеряемые психологические явления.

Например, время решения задачи, количество допущенных ошибок, уровень тревожности и др.

Значения переменных называют «**наблюдениями**», «**наблюдаемыми значениями**», «**вариантами**» и др. В психологии чаще используют термин «наблюдение».

Значения переменных определяются при помощи специальных шкал измерения.

Измерительные шкалы.

Измерение — это сопоставление (сравнение) величины с ее эталонной единицей или шкалой.

В естественных науках существуют стандартные единицы измерения и шкалы.

Например, градус (шкала Цельсия, шкала Фаренгейта), метр, ампер и т.д.

В психологии почти нет собственных единиц измерения, поэтому измерение осуществляется при помощи специальных измерительных шкал.

Типы измерительных шкал:

- 1) номинальная (наименований);
- 2) порядковая (ранговая);
- 3) интервальная;
- 4) абсолютная (шкала отношений).

Данные, измеренные по первым двум шкалам, являются **качественными**, а по последним двум – **количественными**.

Номинальная шкала (шкала наименований) – это шкала, классифицирующая по названию.

Название позволяет лишь отличить один объект от другого.

Например, варианты ответа: да – нет, пол: мужчина – женщина, национальность, тип темперамента и т.д.

Дихотомические данные – это данные, которые принимают только 2 значения.

Порядковая шкала (ранговая) – это шкала, классифицирующая по принципу «больше – меньше».

При этом не известно, на сколько одно значение больше или меньше другого значения. Известно лишь, что они образуют последовательность от наименьшего значения к наибольшему значению или наоборот.

Например, уровень образования, должности, иерархии предпочтений или ценностей.

Для кодирования данных, измеренных в порядковой шкале, применяется процедура ранжирования.

Ранг – это порядковый номер наблюдения в упорядоченном ряду.

Ранжирование – это процесс присвоения наблюдениям их рангов.

Пример. Испытуемому предлагается задание, в котором семь личностных качеств необходимо распределить по рангам в двух столбцах: в левом столбце в соответствии с особенностями его «Я реального», а в правом столбце, в соответствии с особенностями «Я идеального».

Результаты приведены в таблице:

«Я реальное»	Качества личности.	«Я идеальное»
7	Ответственность.	1
1	Общительность.	5
3	Настойчивость.	7
2	Энергичность.	6
5	Жизнерадостность.	4
4	Терпеливость.	3
6	Решительность.	2

Имеется всего 7 качеств:

- максимальный ранг 7 приписывается качеству наиболее значимому;
- минимальный ранг 1 приписывается качеству наименее значимому;
- остальным качествам, в соответствии со степенью их значимости, приписываются ранги от 6 до 2.

Можно проставлять величины рангов и в противоположном порядке, т.е. наиболее значимому качеству приписывать ранг 1, наименее значимому ранг 7.

Ранжировать можно не только качественные признаки, но и количественные.

Например, в результате экспресс диагностики невроза у пяти испытуемых по методике К. Хека и Х. Хесса были получены следующие баллы: 24, 25, 37, 13, 12.

Этому ряду чисел можно проставить ранги двумя способами:

Значения	24	25	37	13	12
Ранги (1 способ)	3	4	5	2	1
Ранги (2 способ)	3	2	1	4	5

Проверка правильности ранжирования.

Для проверки правильности ранжирования применяется правило.

Сумма рангов для n наблюдений равна:

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

В примере с ранжированием качеств личности число ранжируемых наблюдений $n = 7$, поэтому сумма рангов должна равняться:

$$\frac{7(7 + 1)}{2} = 28$$

	«Я реальное»	«Я идеальное»
	7	1
	1	5
	3	7
	2	6
	5	4
	4	3
	6	2
Сумма	28	28

Сумма совпадает, следовательно, ранжирование проведено правильно.

Случай одинаковых рангов.

Одинаковые ранги можно присваивать любому числу ранжируемых величин. Если несколько значений оказались равными, то им приписывается ранг, равный средней величине тех рангов, которые эти величины получили бы, если бы они стояли по порядку друг за другом и не были бы равными.

Пример. При оценке особенностей «Я реального» испытуемый считает, что такие качества, как «настойчивость» и «энергичность» должны иметь один и тот же ранг. А относящихся к «Я идеальному» считает, что таким качествам, как «общительность», «энергичность», и «жизнерадостность» нужно поставить одинаковые ранги. При проведении ранжирования этим качествам необходимо проставить условные ранги, идущие по порядку друг за другом – и отметить вначале эти ранги круглыми скобками, а затем окончательно поместить среднее арифметическое рангов, поставленных в скобках.

$$\frac{2 + 3}{2} = 2,5; \quad \frac{4 + 5 + 6}{3} = 5$$

	«Я реальное»		Качества личности.	«Я идеальное»	
	7	7	Ответственность.	1	1
	1	1	Общительность.	(5)	5
	(3)	2,5	Настойчивость.	7	7
	(2)	2,5	Энергичность.	(6)	5
	5	5	Жизнерадостность.	(4)	5
	4	4	Терпеливость.	3	3
	6	6	Решительность.	2	2
Сумма	28	28		28	28

Сумма рангов равна 28, следовательно, ранжирование в случае с одинаковыми рангами также проведено правильно.

Интервальная шкала – это шкала, классифицирующая по принципу «больше на определенное количество единиц», «меньше на определенное количество единиц».

Здесь каждое из возможных значений признака отстоит от последующего на равном расстоянии. В интервальной шкале точка начала отсчета условная.

Например, наиболее типичный пример измерения в интервальной шкале – это определение температуры по Цельсию (°C).

Нет смысла говорить о том, во сколько раз больше или меньше утренняя температура воздуха, измеренная по шкале Цельсия, чем дневная.

Интервальные измерения широко используются в психологии.

Например, тестовые шкалы, которые специально вводятся при обосновании равноинтервальности тестовой шкалы (IQ Векслера, стени, Т-шкала и т. д.).

Шкала отношений (абсолютная шкала) – это шкала, классифицирующая объекты по принципу «больше в определенное количество раз», «меньше в определенное количество раз».

В абсолютной шкале есть абсолютная точка начала отсчета, означающая, что объект не обладает исследуемым свойством.

Например, привычные примеры измерения по этой шкале – это измерения роста, веса, времени выполнения задачи и т. д.

Абсолютная шкала в психологии используется не часто.

Из редких **примеров** можно привести измерение времени реакции (обычно в миллисекундах) и измерение абсолютных порогов чувствительности (в физических единицах свойств стимула).

Упражнения

Задача 1. В исследовании, посвященном проблемам ценностной ориентации, выявлялись иерархии терминальных ценностей по методике Рокича у родителей и взрослых детей. В таблице приведены ранги, где наиболее значимой ценности был поставлен ранг 1, а наименее значимой – 18. Необходимо распределить по рангам ценности для матери и дочери в другом порядке.

Терминальные ценности	Иерархия матери	Иерархия дочери
Активная деятельная жизнь	15	15
Жизненная мудрость	1	3
Здоровье	7	14
Интересная работа	8	12
Красота природы и искусство	16	17
Любовь	11	10
Материально обеспеченная жизнь	12	13
Наличие хороших и верных друзей	9	11
Общественное признание	17	5
Познание	5	1
Продуктивная жизнь	2	2
Развитие	6	8

Развлечение	18	16
Свобода	4	6
Счастливая семейная жизнь	13	4
Счастье других	14	18
Творчество	10	9
Уверенность в себе	3	7

Задача 2. Исследовалась удовлетворенность браком у 15 семейных пар по методике «Удовлетворены ли вы браком?». Необходимо распределить по рангам показатели удовлетворенности браком.

№ испытуемого	Показатель удовлетворенности браком	Ранг
1	28	
2	43	
3	36	
4	42	
5	37	
6	29	
7	32	
8	33	
9	27	
10	33	
11	34	
12	35	
13	29	
14	29	
15	31	

Задача 3. Исследовались показатели сформированности отношения к здоровью у старшеклассников. Необходимо проранжировать получившиеся показатели.

№ испытуемого	Показатель отношения к здоровью	Ранг
1	14	
2	11	
3	18	
4	17	
5	15	
6	24	
7	18	
8	18	
9	18	
10	17	
11	13	
12	22	
13	15	
14	17	

15	14	
16	27	
17	19	

Задача 4. Исследовались показатели самооценки педагогов школы. Необходимо проранжировать получившиеся показатели.

№ испытуемого	Балл по самооценке	Ранги
1	-0,3	
2	0,1	
3	0,2	
4	0,2	
5	0,2	
6	0,2	
7	0,3	
8	0,3	
9	0,3	
10	0,3	
11	0,3	
12	0,3	
13	0,4	
14	0,4	
15	0,4	
16	0,4	
17	0,5	
18	0,5	
19	0,5	
20	0,6	

Задача 5*. По приведенному в задаче 1 перечню терминальных ценностей по методике Рокича проставить ранги студенту и кому-либо из близких родственников.

Глава 2. Описательная статистика.

Понятие генеральной совокупности и выборки.

Психолог-экспериментатор в большинстве случаев изучает какую-то определенную **выборку** людей, которая отбирается из большей по численности группы, называемой **генеральной совокупностью**.

Генеральная совокупность — это всё множество объектов, в отношении которого формулируется исследовательская гипотеза.

Выборкой называется любая группа людей, выбранная из генеральной совокупности случайным образом для проведения эксперимента.

Отдельный индивид из выборки называется **испытуемым (респондентом)**.

Например, генеральной совокупностью являются все подростки какой-либо области, района или даже всей страны, которые смотрят телепередачи, содержащие сцены насилия. Выборкой в этом случае будет уже являться отобранная из всех группа подростков.

Если выборка была отобрана с соблюдением к ней обязательных требований, то психолог может сделать выводы, например, о уровне тревожности всех подростков на основе выводов о уровне тревожности выбранных подростков.

Количество элементов в совокупности называется **объемом**.

Объем выборки обозначим n .

Малая выборка: $n < 30$;

Средняя выборка: $30 < n < 100$;

Большая выборка: $n > 100$.

Выборки называются **независимыми (несвязными)**, если полученные наблюдения в одной выборке не оказывают влияние на наблюдения в другой выборке.

Например, две группы испытуемых, на которых проводится одно психологическое исследование, но которые различаются по половому признаку, оказываются независимыми (несвязными) выборками.

Выборки называются **зависимыми (связными)**, если полученные наблюдения в одной выборке оказывают влияние на наблюдения в другой выборке.

Например, одна и та же группа испытуемых, на которой дважды проводилось психологическое исследование, оказывается зависимой (связной) выборкой.

Требования к выборке.

Планирование эксперимента должно включать в себя учет, как объема выборки, так и ряд ее особенностей.

1. Однородность выборки.

Например, психолог, изучая подростков, не может включать в эту же выборку взрослых людей. Напротив, исследование выполненное методом

возрастных срезов принципиально предполагает наличие разновозрастных испытуемых.

Репрезентативность (представительность)

Состав экспериментальной выборки должен представлять (моделировать) генеральную совокупность, поскольку выводы, полученные в эксперименте, предполагается в дальнейшем перенести на всю генеральную совокупность.

Репрезентативная выборка – это такая выборка, в которой все основные признаки генеральной совокупности представлены приблизительно в той же пропорции и с той же частотой, с которой данный признак выступает в данной генеральной совокупности.

Репрезентативность выборки очень важна, но по объективным причинам соблюдать её крайне сложно.

Например, известен такой факт, что от 70% до 90% всех психологических исследований поведения человека, которые проводились в США в 60-х годах XX века, проводились с испытуемыми-студентами колледжей, причем большинство из них были студентами психологами. В лабораторных исследованиях, выполняемых на животных, наиболее распространенным объектом изучения являются крысы. Поэтому психологию называли «наукой о студентах-второкурсниках и белых крысах». Студенты психологических колледжей составляют всего 3% от общей численности населения США. Очевидно, что выборка студентов нерепрезентативна в качестве модели, претендующей на представительство всего населения страны.

Формы представления данных

На первоначальном этапе исследования собранные экспериментальные данные для наглядности представляют в виде: таблиц, графиков.

Наблюдения (варианты) обозначим x_i (« i » - индекс, номер).

Частотой наблюдения называется количество повторений наблюдения в выборке. Обозначим n_i .

Свойство: Сумма всех частот равна объему выборки.

$$n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$$

Таблица частот представляет собой таблицу, в которой в первую строку записывают значения наблюдений, а во вторую соответствующие им частоты.

Таблица частот:

x_i	x_1	x_2	...	x_k
n_i	n_1	n_2	...	n_k

Относительной частотой наблюдения называется величина f_i , которая находится по формуле:

$$f_i = \frac{n_i}{n}$$

(если f_i умножить на 100, то получим частоты в процентах).

Свойство: Сумма всех относительных частот равна единице.

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1.$$

Таблица относительных частот представляет собой таблицу, в которой в первую строку записывают значения наблюдений, а во вторую соответствующие им относительные частоты.

Таблица относительных частот:

x_i	x_1	x_2	...	x_k
f_i	f_1	f_2	...	f_k

Полигон частот – это ломаная линия на координатной плоскости, построенная из точек с координатами: (x_1, n_1) , (x_2, n_2) , ..., (x_k, n_k) , соединенных последовательно отрезками.

Пример. Психолог исследовал группу учащихся, и были собраны следующие данные о возрасте учащихся:

12, 13, 14, 14, 15, 12, 13, 13, 14, 14, 14, 15, 14, 14, 15, 12, 13, 14, 13, 14.

Представим данный временной срез в виде таблиц частот и полигона частот.

Вначале определим объем выборки: $n = 20$.

Выпишем наблюдения (возраст) и посчитаем соответствующие частоты:

$$x_1 = 12, n_1 = 3, f_1 = \frac{3}{20} = 0,15;$$

$$x_2 = 13, n_2 = 5, f_2 = \frac{5}{20} = 0,25;$$

$$x_3 = 14, n_3 = 9, f_3 = \frac{9}{20} = 0,45;$$

$$x_4 = 15, n_4 = 3, f_4 = \frac{3}{20} = 0,15.$$

Проверка:

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 3 + 5 + 9 + 3 = 20 = n$$

$$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 0,15 + 0,25 + 0,45 + 0,15 = 1$$

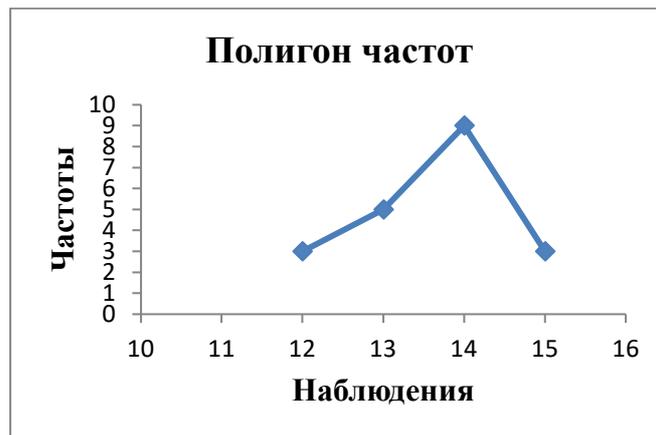
Частоты посчитаны правильно.

Запишем наблюдения и посчитанные частоты в таблицу:

Таблица частот

x_i	12	13	14	15
n_i	3	5	9	3
<i>Относительные частоты</i>				
f_i	0,15	0,25	0,45	0,15

Построим полигон частот:



Числовые характеристики выборки

После того как экспериментальные данные собраны, для наблюдений рассчитывают ряд числовых характеристик (мер).

Среднее арифметическое

Среднее арифметическое выборки равно сумме наблюдений деленное на их количество. Обозначим \bar{x} .

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Пример. Используя тест Векслера, психолог определил показатели интеллекта у двух групп школьников из городской и сельской школ. Сравнить средние показатели уровня интеллекта у городских и сельских школьников.

Показатели уровня интеллекта по тесту Векслера.

№ испытуемого	Городские школьники	Сельские школьники
1	106	110
2	80	92
3	100	94
4	76	90
5	84	74
6	84	72
7	114	66
8	110	72
9	110	98
10	120	78

11	125	86
12	130	90
Сумма	1239	1022

Показатели уровня интеллекта городских школьников обозначим за X, а сельских за Y.

Средние значения вычислим по формуле:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1239}{12} = 103,25$$

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \frac{1022}{12} = 85,17$$

Вывод: средний показатель уровня интеллекта городских школьников больше среднего показателя интеллекта сельских школьников.

Однако, без дополнительных исследований, достоверно утверждать, что городские школьники обладают более высоким интеллектом, мы не можем. Собранные наблюдения носят случайный характер.

Мода

Мода – это числовое значение (наблюдение), встречающееся в выборке наиболее часто. Обозначим M_o .

Пример: в ряду 2,3,4,5,5,5,6,7 мода $M_o=5$, т.к. 5 встречается чаще остальных значений.

Правила нахождения моды:

1. Если все значения в выборке встречаются в выборке одинаково часто, то ряд не имеет моды.

Пример: в ряду 2,2,3,3,4,4,5,5 моды нет, т.к. все варианты встречаются одинаково часто.

2. Если два соседних значения имеют одинаковую наибольшую частоту, то мода есть среднее арифметическое этих двух значений.

Пример: в ряду 2,3,4,4,5,5,6,7 $M_o=(4+5)/2=4,5$.

3. Если два не соседних значения имеют одинаковую наибольшую частоту, то выделяют две моды. Такая выборка является **бимодальной**.

Пример: в ряду 2,3,3,4,5,6,6,7 $M_o1=3$ и $M_o2=6$.

Могут существовать и **мультимодальные** выборки, имеющие более двух мод.

Медиана

Медиана – это значение, которое делит упорядоченный ряд пополам. Обозначим M_e .

Правила нахождения медианы:

1. Если ряд содержит нечетное число элементов, то медиана есть срединное значение.

Пример: в упорядоченном ряду 2,6,8,10,11,12,16 $Me=10$.

2. Если ряд содержит четное число элементов, то медиана определяется как среднее арифметическое двух центральных значений.

Пример: в упорядоченном ряду 2,6,9,11,12,15 $Me=(9+11)/2=10$.

Размах (разброс) выборки

Размах (разброс) выборки – это величина равная разности между максимальной и минимальной величинами данной выборки. Обозначим: R .

$$R = x_{max} - x_{min}$$

Чем сильнее различие между наблюдениями, тем больше величина R и наоборот.

Например, в выборке 2,3,4,4,5,5,6,7 размах (разброс) выборки равен:

$$R = x_{max} - x_{min} = 7 - 2 = 5.$$

Дисперсия

Дисперсия представляет собой наиболее часто использующуюся меру рассеяния переменной.

Дисперсия – это среднее арифметическое квадратов отклонений наблюдений от их среднего значения. Обозначим D .

$$D = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

Дисперсию принято обозначать:

- для генеральной совокупности как σ^2 ;
- для выборки как s^2 .

Стандартное отклонение.

Предположим, что в эксперименте измерялся рост в сантиметрах, тогда дисперсия будет измеряться в сантиметрах в квадрате. Чтобы мера рассеяния переменной выражалась в тех же единицах измерения, нужно применить операцию извлечения квадратного корня из дисперсии.

Стандартное отклонение – это величина равная квадратному корню, извлеченному из дисперсии.

Стандартное отклонение принято обозначать:

-для генеральной совокупности как σ :

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{\sigma^2};$$

-для выборки как s :

$$s = \sqrt{D} = \sqrt{s^2}.$$

Пример. Используя тест Векслера, психолог определил показатели интеллекта у группы городских школьников. Вычислить среднее квадратическое отклонение показателя интеллекта.

Показатели уровня интеллекта по тесту Векслера.

№ испытуемого	Городские школьники
1	106
2	80
3	100
4	76
5	84
6	84
7	114
8	110
9	110
10	120
11	125
12	130
Сумма	1239

Выше было вычислено среднее значение показателя интеллекта:

$$\bar{x} = 103,25 \approx 103$$

Необходимые расчеты запишем в таблицу:

№	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	106	3	9
2	80	-23	529
3	100	-3	9
4	76	-27	729
5	84	-19	361
6	84	-19	361
7	114	11	121
8	110	7	49
9	110	7	49
10	120	17	289
11	125	22	484
12	130	27	729
Сумма	1239		3719

Вначале вычислим дисперсию по формуле:

$$D = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{3719}{12} \approx 309,92$$

Далее среднее квадратическое отклонение вычислим, как корень из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{309,92} \approx 17,6.$$

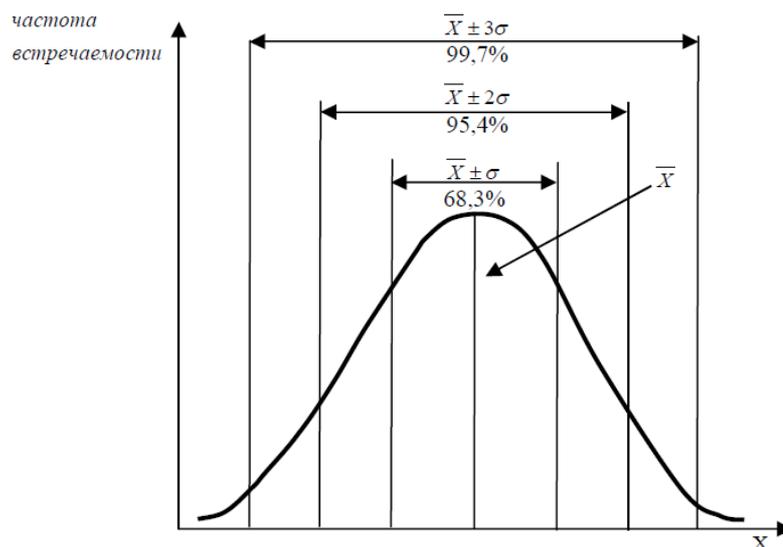
Нормальное распределение

Нормальное распределение часто встречается в природе.

Например, можно измерить рост, вес, интеллект, какие-либо свойства личности, а затем построить график частоты встречаемости показателей любой из этих величин.

Мы получим распределение, у которого крайние значения встречаются редко, а от крайних значений к середине частота повышается.

График нормального распределения имеет вид симметричной, колоколообразной кривой:



Форма и положение графика нормального распределения определяется двумя параметрами: средним арифметическим и стандартным отклонением. Среднее арифметическое задает положение кривой на числовой оси, а стандартное отклонение задает ширину этой кривой.

В психологических исследованиях нормальное распределение используется при разработке и применении тестов интеллекта и способностей. Так, показатели интеллекта IQ следуют закону нормального распределения, имея в подавляющем большинстве случаев среднее значение равное 100 и стандартное отклонение равное 16 для любой конкретной возрастной группы.

Однако, применительно к другим психологическим категориям, таким, как личностная и мотивационная сферы применение нормального распределения неоднозначно. При этом всегда важно проводить оценку характера распределения экспериментальных данных, т.к. в зависимости от характера распределения решается вопрос о возможности применения того или иного статистического метода.

Существует множество методов проверки соответствия изучаемого распределения нормальному. Наиболее простой, но не точный метод – это проверить равенство моды, медианы и среднего арифметического. Если они равны, то ряд с определенной долей вероятности имеет нормальное распределение.

Упражнения

Задача 1. Физическая подготовка 10 спортсменов была проверена при поступлении на факультет физической культуры, а затем после первого семестра. Вычислить средние значения показателей уровня физической подготовки спортсменов при поступлении и после 1 семестра.

Показатели уровня физической подготовки.

№ испытуемого	«при поступлении»	«после 1 семестра»
1	75	80
2	72	85
3	55	51
4	60	60
5	68	62
6	28	35
7	65	83
8	58	61
9	71	87
10	48	52

Задача 2. У студентов математического и гуманитарного факультетов был измерен уровень вербального интеллекта. Вычислить средние значения показателей уровня вербального интеллекта студентов математического и гуманитарного факультетов.

Показатели уровня вербального интеллекта.

№ испытуемого	Студенты математического факультета	Студенты гуманитарного факультета
1	36	26
2	36	27
3	29	32
4	35	20
5	27	19
6	21	26
7	31	20
8	32	23
9	32	21
10	35	34

Задача 3. Был измерен показатель уровня интеллекта IQ (по Векслеру) среди группы детей. Вычислить среднее значение и среднее квадратическое отклонение уровня интеллекта IQ родителей и детей. Сравнить их со среднестатистическими значениями.

Показатели уровня интеллекта IQ по методике Векслера.

№ пары	Родители	Дети
--------	----------	------

1	117	109
2	108	119
3	121	110
4	106	123
5	117	109
6	105	122
7	118	102
8	128	90
9	116	111
10	122	92
11	98	111
12	128	111
13	99	116
14	126	98
15	103	121

Задача 4. Были измерены показатели тревожности среди подростков с девиантным поведением и подростков без девиаций. Вычислить средние значения и среднее квадратическое отклонение показателей уровня тревожности.

Показатели уровня тревожности по методике Тейлора.

№ испытуемого	Подростки с девиантным поведением	Подростки без девиаций
1	21	36
2	17	24
3	9	23
4	19	27
5	19	17
6	21	12
7	20	7
8	29	30
9	23	20
10	25	24
11	29	17
12	23	13
13	35	1
14	33	23
15	5	32

Глава 3. Принципы проверки статистических гипотез

Статистическая гипотеза – это научная гипотеза, допускающая статистическую проверку.

Например, проводится исследование интеллекта у подростков из полных и неполных семей. Можно ли утверждать, что неполная семья ведет к снижению интеллекта у подростков?

Чтобы ответить на поставленный вопрос, необходимо провести исследование. При этом выводы будут носить вероятностный характер. Связано это с тем, что результаты наблюдений носят случайный характер, и исследователь не может учесть всех факторов.

Например, на уровень интеллекта у подростка влияет не только состав семьи, но и другие факторы.

Задача исследователя при этом определить, является ли исследуемый признак (состав семьи) значимым или результаты носят лишь случайный характер.

Сущность проверки статистической гипотезы заключается в том, чтобы установить, *согласуются ли экспериментальные данные и выдвинутая гипотеза и, допустимо ли отнести расхождение между гипотезой и результатом анализа экспериментальных данных на счет случайных причин?*

Нулевая и альтернативная гипотезы

При проверке статистических гипотез используются два понятия:

нулевая (основная) гипотеза: обозначение H_0 .

альтернативная гипотеза: обозначение H_1 .

В психологии чаще всего принято считать:

нулевая гипотеза – гипотеза о сходстве (об отсутствии различий или отсутствии связи);

альтернативная гипотеза – гипотеза о различии (о наличии различий или наличии связи).

Ошибки первого и второго рода

При проверке гипотезы *экспериментальные данные могут противоречить гипотезе H_0* , тогда эта гипотеза отклоняется.

Если же *экспериментальные данные согласуются с гипотезой H_0* , она не отклоняется (в таких случаях говорят, что гипотеза H_0 принимается).

Статистическая проверка гипотез, основанная на экспериментальных данных, связана с риском (вероятностью) принять ложное решение. При этом возможны ошибки двух родов.

Ошибка первого рода произойдет, когда будет принято решение отклонить гипотезу H_0 , хотя в действительности она оказывается верной.

Ошибка второго рода произойдет, когда будет решение не отклонять гипотезу H_0 , хотя в действительности она будет неверна.

Результаты проверки гипотезы H_0	На самом деле	
	Верна гипотеза H_0	Верна гипотеза H_1
Гипотеза H_0 отклоняется	Ошибка первого рода	Правильное решение
Гипотеза H_0 не отклоняется	Правильное решение	Ошибка второго рода

Абсолютно исключить ошибки при принятии статистических гипотез невозможно и поэтому необходимо минимизировать возможные последствия. В большинстве случаев это можно сделать, увеличив объем выборки.

Уровень статистической значимости

В результате статистического исследования одна из двух выдвинутых гипотез отклоняется, а другая принимается. Для разделения областей принятия гипотез нужно провести между ними границу. Но так как в эксперименте всегда присутствуют случайные факторы, эта граница не может быть проведена абсолютно точно. Она связана с понятием уровня значимости.

Уровень значимости – это вероятность ошибочного отклонения верной нулевой гипотезы (вероятность ошибки первого рода). Обозначается либо α либо p .

В психологии уровень значимости считается:

$p=0,05$ – достаточный;

$p=0,01$ – высокий;

$p=0,001$ – очень высокий.

Чем меньше вероятность допустить ошибку, тем выше статистическая значимость (достоверность) принятого решения.

С другой стороны, не всегда целесообразно выбирать очень высокий уровень значимости. Психолог, как правило, чаще заинтересован в принятии гипотезы H_1 . При очень высоком уровне значимости он будет чаще отклонять гипотезу H_1 в пользу гипотезы H_0 . Если же он выберет более низкий уровень значимости он сможет чаще принимать интересующую его гипотезу H_1 (ограничения допустить ошибку первого рода станут менее «жесткими»).

Правило принятия статистического решения

На основании полученных экспериментальных данных психолог подсчитывает так называемое эмпирическое значение (эмпирическое, т.е. полученное опытным путем).

Эмпирическое значение – это величина, которая рассчитывается по экспериментальным данным и выбранному психологом статистическому методу.

Для каждого метода существует своя формула или правило, по которым рассчитывается данная величина.

Эмпирическое значение сравнивается с так называемым критическим значением.

Критическое значение (табличное значение) – это величина, которая находится в соответствии с выбранным психологом уровнем значимости и выбранным статистическим методом по соответствующей таблице.

Эти таблицы приводятся в приложениях. Для каждого метода существует своя таблица, по которой находится данная величина.

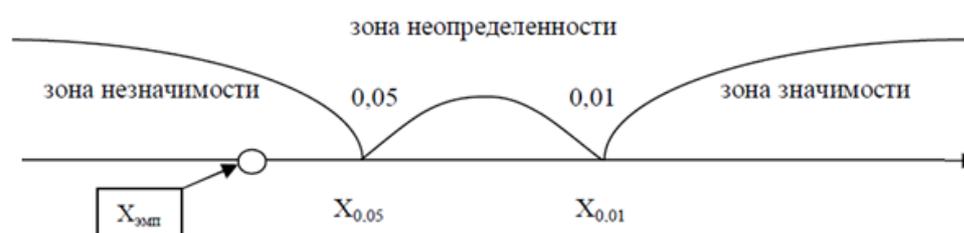
Сравнение эмпирического значения с критическими значениями (табличными) удобно осуществлять с помощью «оси значимости».

«Ось значимости» — это прямая, имеющая, как правило, в психологических исследованиях, три выделенные зоны: зона незначимости, зона неопределенности, зона значимости. Границами трех зон являются критические значения для уровней значимости $p = 0,05$ и $p = 0,01$ соответственно.

Расположение этих зон зависит от выбранного статистического метода.

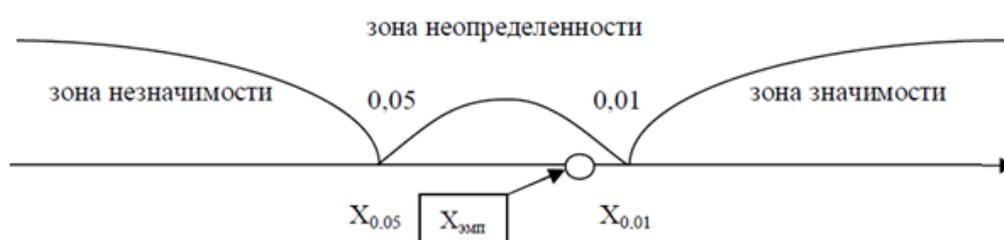
Эмпирическое значение должно обязательно попасть в одну из трех зон.

1 случай: эмпирическое значение попало в зону незначимости.



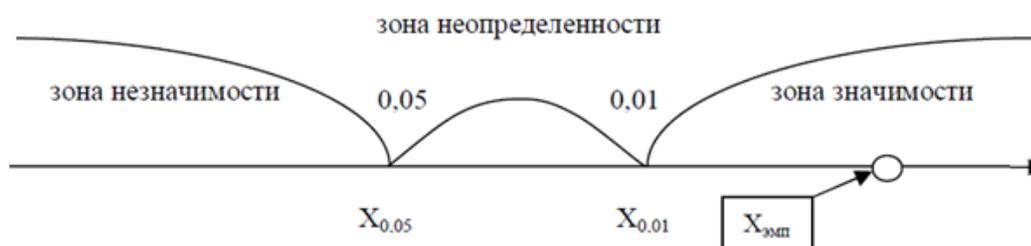
Вывод: принимается нулевая гипотеза H_0 об отсутствии различий (связи).

2 случай: эмпирическое значение попало в зону неопределенности.



Вывод: принимается альтернативная гипотеза H_1 о наличии различий (связи) на уровне значимости $p < 0,05$ (на уровне же значимости $p < 0,01$ принимается нулевая гипотеза H_0 об отсутствии различий).

3 случай: эмпирическое значение попало в зону значимости.



Вывод: принимается альтернативная гипотеза H_1 о наличии различий (связи) на уровне значимости $p < 0,01$.

При совпадении эмпирического значения с теоретическим значением принимается альтернативная гипотеза H_1 на уровне значимости $p = 0,05$ и $p = 0,01$.

Этапы принятия статистического решения.

Принятие статистического решения разбивается на этапы или шаги:

1. Формулировка нулевой и альтернативной гипотез.
2. Определение объема выборки n .
3. Выбор соответствующего уровня значимости. Это могут быть стандартные значения $p = 0,05$ и $p = 0,01$ или можно взять меньшие значения в зависимости от решаемой психологом задачи.
4. Выбор статистического метода, который зависит от типа решаемой психологической задачи.
5. Вычисление соответствующего эмпирического значения по экспериментальным данным согласно выбранному статистическому методу.
6. Нахождение по таблице в Приложении, для выбранного статистического метода, критических значений, соответствующих выбранным уровням значимости.
7. Построение оси значимости и нанесении на нее табличных критических значений и эмпирического значения.
8. Формулировка принятия решения (выбор принимаемой гипотезы H_0 или H_1 на выбранном уровне значимости).

Статистические критерии различий

Одной из наиболее часто встречающихся статистических задач, с которыми сталкивается психолог, являются задачи сравнения результатов исследования какого-либо психологического признака в условиях изменения.

Например, до и после определенного воздействия, или исследования контрольной и экспериментальной групп.

Для решения подобных задач используется достаточно большой набор статистических способов, называемых **критериями различия**.

Статистический критерий означает метод (правило) расчета эмпирического значения и само это число.

Критерии имеют свою специфику и различаются между собой по различным основаниям:

- 1.тип измерительной шкалы;
- 2.зависимость или независимость выборок;
- 3.количество сравниваемых выборок;
- 4.равность сравниваемых выборок по численности;
- 5.максимальный объем выборки;
- 6.мощности критерия и др.

Мощность критерия.

Мощность критерия – это его способность выявлять различия, если они есть. Иными словами, это его способность отклонить нулевую гипотезу об отсутствии различий, если она неверна.

Если вероятность ошибки второго рода обозначить как β , то мощность критерия – это его способность не допустить ошибку второго рода, поэтому:

$$\text{Мощность} = 1 - \beta.$$

Мощность критерия определяется опытным путем. Одна и та же задача может быть решена с помощью разных критериев, при этом обнаруживается, что некоторые критерии позволяют выявить различия там, где другие оказываются неспособными это сделать, или выявляют более высокий уровень значимости различий.

При этом основанием для выбора критерия является не только мощность, но и другие характеристики критерия:

- простота (более мощные критерии более трудоемки для расчета);
- более широкий диапазон использования (более мощные критерии нельзя применять, например, для данных, измеренных в номинальной или ранговой шкалах);
- применимость по отношению к неравным по объему выборкам и др.

Критерии разделяют на две основные группы, параметрические и непараметрические.

Параметрические критерии основаны на конкретном типе распределения (например, нормальном и др.) или используют параметры исследуемой совокупности, т.е. числовые характеристики (например, среднее, дисперсия и др.).

Непараметрические критерии не основаны на типе распределения и не используют параметры исследуемой совокупности.

При нормальном распределении генеральной совокупности параметрические критерии имеют большую способность выявлять различия между выборками, т.е. являются более мощными по сравнению с непараметрическими. Однако чаще всего, данные, получаемые в психологических исследованиях не распределены нормально, поэтому применять параметрические критерии становится недопустимым и непараметрические критерии становятся более мощными.

Глава 4. Критерии для связанных выборок

В психологических исследованиях часто бывает важно доказать, что в результате действий каких-либо факторов произошли **достоверные изменения («сдвиги»)** в измеряемых показателях.

К числу таких факторов чаще всего относят фактор времени. Сопоставление показателей, полученных у одних и тех же испытуемых по одним и тем же методикам, но в разное время, дает нам **временной сдвиг**.

Сопоставление показателей, полученных по одним и тем же методикам, но в разных условиях измерения (например, «покоя» и «стресса») даем нам **ситуационный сдвиг**.

Мы можем создать специальные экспериментальные условия, предположительно влияющие на те, или иные показатели, и сопоставить замеры, произведенные до и после экспериментального воздействия (**например**, мы можем проверить, действительно, ли исследуемая программа тренинга способствует развитию уверенности или нет?) В этом случае мы говорим о **сдвиге под влиянием контролируемых или не контролируемых воздействий**. В данном случае необходимо обязательно ввести контрольную группу, которая не испытывала на себе воздействия данного экспериментального фактора. Если нет контрольной группы, то сдвиг в экспериментальной группе может объясняться действием самых разных причин, **например**, временем суток в которое производились замеры и т.д. Мы никогда не сможем исключить той возможности, что изменения, достигнутые, как нам кажется, в результате наших воздействий, на самом деле объясняются неучтенными причинами. Если в экспериментальной группе сдвиги окажутся достоверными, а в контрольной группе – недостоверными, то это, действительно, может свидетельствовать об эффективности воздействий. При отсутствии контрольной группы мы констатируем лишь, что сдвиг произошел, но не имеем права приписывать его именно изучаемым нами факторам воздействия.

Критерий G-знаков.

1. Назначение критерия.

Критерий G-знаков является непараметрическим и применяется только для связанных выборок.

Он предназначен для установления **общего направления сдвига** исследуемого признака (в сторону повышения или понижения).

2. Описание критерия.

Этот критерий применим в тех случаях, когда признаки измерены даже в номинальной шкале.

Например, изменение отрицательного отношения к чему-либо на положительное.

Сдвиг – это разность между вторым и первым замерами.

Необходимо посчитать:

- количество положительных сдвигов;
- количество отрицательных сдвигов;
- количество нулевых сдвигов.

Замечание: нулевые сдвиги не учитываются в дальнейшем.

Сдвиги, количество которых получилось наибольшим, называются **типичными сдвигами**. Количество типичных сдвигов обозначим n .

Сдвиги, количество которых получилось наименьшим, называются **нетипичными сдвигами**. Количество нетипичных сдвигов обозначим $G_{эм}$.

Величина $G_{эм}$ является эмпирическим значением для критерия знаков.

Вычислив количество типичных сдвигов n , и, выбрав стандартные уровни значимости $p = 0,05$ и $p = 0,01$, находим критические значения для критерия знаков в Таблице №1 (см. Приложение).

3. Гипотезы.

H_0 : преобладание типичного направления сдвига является случайным.

H_1 : преобладание типичного направления сдвига не является случайным.

4. Графическое представление.

Зона значимости располагается слева, а зона незначимости справа.

Чем большее количество сдвигов одного знака, тем больше типичных сдвигов, и тем меньше нетипичных сдвигов. Чтобы эмпирическое значение попало в зону значимости и приняли гипотезу H_1 , количество нетипичных сдвигов должно быть как можно меньше. Меньшие значения на «оси значимости» расположены слева.

5. Ограничения критерия.

Когда число типичных и нетипичных сдвигов оказываются равным, критерий знаков неприменим.

Количество типичных сдвигов – не менее 5 и не более 300 (на большую величину не рассчитана таблица критических значений).

Задача. Будет ли тренинг способствовать повышению показателей по методике «Шкала социального интереса»?

Результаты диагностики «до» и «после» воздействия:

№ испытуемого	до	после
1	3	8
2	5	8
3	5	9
4	8	9
5	6	7
6	4	8
7	8	8
8	3	2
9	5	6
10	5	8

Решение.

Исследуются одни и те же показатели в одной и той же группе испытуемых «до» и «после», следовательно, полученные наблюдения представляют собой две связанные выборки.

Чтобы установить повышение показателей, нужно исследовать их сдвиг под влиянием контролируемого воздействия (тренинга).

Определим сдвиг между показателями каждого участника тренинга.

№ испытуемого	до	после	сдвиг
1	3	8	+5
2	5	8	+3
3	5	9	+4
4	8	9	+1
5	6	7	+1
6	4	8	+4
7	8	8	0
8	3	2	-1
9	5	6	+1
10	5	8	+3

Величины сдвигов имеют небольшой диапазон изменения. Исследовать будем лишь общее направление сдвига. Преобладает положительное направление сдвига показателей (в сторону повышения).

Выполним исследование по этапам:

1.Формулировка статистических гипотез.

H_0 : преобладание положительного направления сдвига показателей после тренинга является случайным.

H_1 : преобладание положительного направления сдвига показателей после тренинга является не случайным.

2.Определение объема выборки. Объем выборки равен 10.

3.Выбор уровня значимости. Выберем стандартные значения $p = 0,05$ и $p = 0,01$.

4.Выбор статистического метода.

Для установления общего направления сдвига для двух связанных выборок выберем критерий знаков.

5.Вычисление эмпирического значения.

Посчитаем количество сдвигов в зависимости от знака.

количество положительных сдвигов - 8;

количество отрицательных сдвигов - 1;

количество нулевых сдвигов - 1;

Всего: - 10 (объем выборки).

Положительные сдвиги – «типичные» сдвиги (их больше).

Отрицательные сдвиги – «нетипичные» сдвиги (их меньше).

Нулевые сдвиги не учитываются.

Количество нетипичных сдвигов – эмпирическое значение: $G_{эм} = 1$.

6.Нахождение критических значений

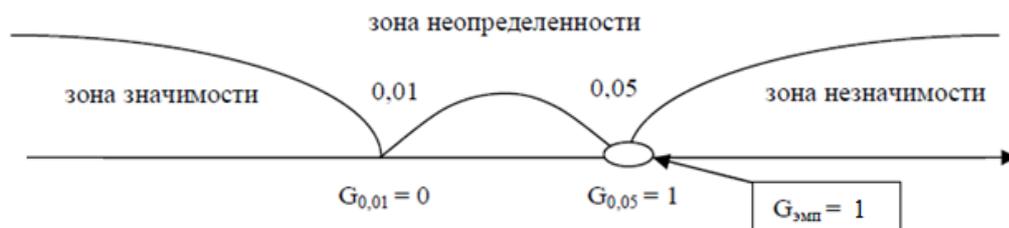
Количество типичных сдвигов $n = 8$.

По Таблице №1 (см. Приложения):

$G_{кр1} = 1$ для уровня значимости $p = 0,05$;

$G_{кр2} = 0$ для уровня значимости $p = 0,01$.

7.Построение оси значимости.



Эмпирическое значение попало на границу зоны неопределенности.

8.Формулировка принятия решения.

Гипотеза H_0 принимается и отклоняется гипотеза H_1 на уровне значимости $p < 0,01$.

Гипотеза H_0 отклоняется и принимается гипотеза H_1 на уровне значимости $p = 0,05$.

Лишь на достаточном уровне значимости можно утверждать, что тренинг способствовал увеличению показателей по методике «Шкала социального интереса».

Если провести исследование на выборке большего объема, возможно, удастся установить такой же результат на более высоком уровне значимости. Также можно эту же задачу попробовать решить с помощью другого более мощного критерия.

Критерий Т-Вилкоксона

1.Назначение критерия.

Критерий Т-Вилкоксона является непараметрическим и применяется только для связанных выборок.

Он предназначен для установления не только **общего направления сдвига** исследуемого признака, но и **его выраженности (интенсивности)**.

2.Описание критерия.

Этот критерий применим в тех случаях, когда признаки измерены, по крайней мере, в шкале порядка.

Критерий основан на ранжировании абсолютных величин сдвигов, т.е. при ранжировании знаки сдвигов не учитываются.

Однако в дальнейшем наряду с общей суммой рангов находятся отдельно суммы рангов, как для положительных, так и для отрицательных сдвигов.

Как и для критерия знаков выделяют типичные и нетипичные сдвиги (нулевые сдвиги не учитываются).

Сумму рангов нетипичных сдвигов обозначим $T_{эм}$.

Величина $T_{эм}$ является эмпирическим значением для критерия Вилкоксона.

Обозначим число испытуемых за n , и, выбрав стандартные уровни значимости $p = 0,05$ и $p = 0,01$, найдем критические значения для критерия Вилкоксона в Таблице №2 (см. Приложение).

3. Гипотезы.

H_0 : интенсивность сдвигов в типичном направлении не превосходит интенсивность сдвигов в нетипичном направлении.

H_1 : интенсивность сдвигов в типичном направлении превышает интенсивность сдвигов в нетипичном направлении.

4. Графическое представление.

Зона значимости располагается слева, а зона незначимости справа.

Чем больше интенсивность (величина) сдвига, тем выше его ранг, а чем меньшую интенсивность имеет сдвиг, тем ниже его ранг. Чтобы эмпирическое значение попало в зону значимости и приняли гипотезу H_1 , сумма рангов для нетипичных сдвигов должна быть как можно меньше. Меньшие значения на «оси значимости» расположены слева.

5. Ограничения критерия.

Минимальное количество испытуемых – 5 человек, максимальное количество испытуемых – 50 человек.

Измерения не могут быть проведены в номинальной шкале.

Пример. Способствовала ли коррекционная работа снижению тревожности участников эксперимента?

Показатели тревожности по методике Ч.Д.Спилбергера:

№ испытуемого	до	после
1	69	51
2	73	76
3	56	45
4	63	51
5	71	63
6	60	42
7	69	57
8	71	63
9	70	61
10	71	60
11	67	68
12	54	49

Решение.

Исследуется один и тот же показатель в одной и той же группе испытуемых «до» и «после», следовательно, полученные наблюдения представляют собой две связанные выборки.

Чтобы установить снижение уровня тревожности, нужно исследовать сдвиг под влиянием контролируемого воздействия (коррекционная работа).

Определим сдвиг между показателями каждого участника тренинга.

№ испытуемого	до	после	сдвиг
1	69	51	-18
2	73	76	+3
3	56	45	-11
4	63	51	-12
5	71	63	-8
6	60	42	-27
7	69	57	-12
8	71	63	-9
9	70	61	-9
10	71	60	-11
11	67	68	+1
12	54	49	-5

Величины сдвигов имеют большой диапазон изменения. Исследовать будем не только общее направление сдвига, но и его выраженность (интенсивность). Преобладает отрицательное направление сдвига показателя тревожности (в сторону понижения).

Выполним исследование по этапам:

1.Формулировка статистических гипотез.

H_0 : интенсивность отрицательного сдвига показателя тревожности после коррекционной работы не превосходит интенсивность положительного сдвига.

H_1 : интенсивность отрицательного сдвига показателя тревожности после коррекционной работы превосходит интенсивность положительного сдвига.

2.Определение объема выборки. Объем выборки равен 12.

3.Выбор уровня значимости. Выберем стандартные значения $p = 0,05$ и $p = 0,01$.

4.Выбор статистического метода.

Для установления не только общего направления сдвига, но и интенсивности сдвига для двух связанных выборок выберем критерий Вилкоксона.

5.Вычисление эмпирического значения.

Добавим два дополнительных столбца для дальнейших расчетов:

- в столбец «абсолютный сдвиг» запишем значения сдвигов без знаков;
- в столбце «ранг абсолютного сдвига» проранжируем значения из столбца «абсолютный сдвиг».

сдвиг	абсолютный сдвиг	ранг абсолютного сдвига
-18	18	11
+3	3	(2)
-11	11	7,5
-12	12	9,5
-8	8	4
-27	27	12
-12	12	9,5
-9	9	5,5
-9	9	5,5
-11	11	7,5
+1	1	(1)
-5	5	3
сумма		78

Проверка ранжирования:

$$\frac{12 \cdot (12 + 1)}{2} = 78$$

Отрицательные сдвиги – «типичные» сдвиги (их больше).

Положительные сдвиги – «нетипичные» сдвиги (их меньше).

Нулевые сдвиги не учитываются.

Для нетипичных сдвигов ранги записали в скобках.

Сумма рангов нетипичных сдвигов – эмпирическое значение: $T_{эм} = 3$.

6. Нахождение критических значений

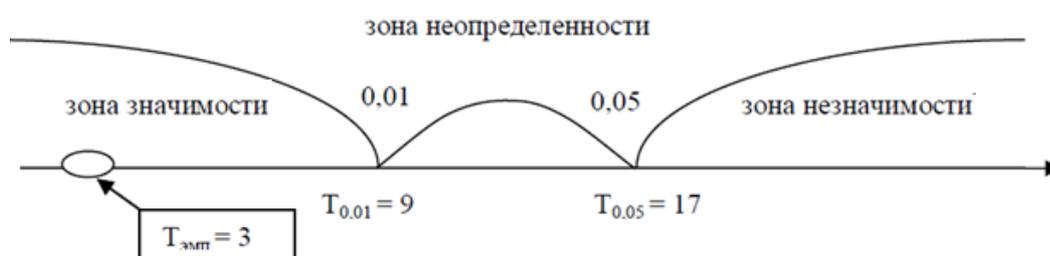
Объем выборки $n = 12$.

По Таблице №2 (см. Приложения):

$T_{кр1} = 17$ для уровня значимости $p = 0,05$;

$T_{кр2} = 9$ для уровня значимости $p = 0,01$.

7. Построение оси значимости.



Эмпирическое значение попало в зону значимости.

8. Формулировка принятия решения.

Гипотеза H_0 отклоняется и принимается гипотеза H_1 на уровне значимости $p < 0,01$.

На высоком уровне значимости можно утверждать, что коррекционная работа способствовала снижению тревожности участников эксперимента.

Упражнения

Задача 1. Изменились ли нравственные представления дошкольников после поведенной формирующей программы?

Показатели форсированности понятий о нравственных качествах.

№ испытуемого	«до»	«после»
1	12	14
2	11	11
3	9	10
4	13	14
5	10	13
6	10	12
7	13	12
8	12	12
9	10	11
10	11	13

Задача 2. Психолог проводит групповой тренинг. Его задача – выяснить будет ли эффективен данный конкретный вариант тренинга для снижения уровня тревожности участников?

Показатели уровня тревожности.

№ испытуемого	«до»	«после»
1	30	34
2	39	39
3	35	26
4	34	33
5	40	34
6	35	40
7	22	25
8	22	23
9	32	33
10	23	24
11	16	15
12	34	27
13	33	35
14	34	37

Задача 3. Физическая подготовка 10 спортсменов была проверена при поступлении на факультет физической культуры, а затем после первого семестра. Можно ли сказать, что за семестр уровень физической подготовки студентов значимо изменился?

Показатели уровня физической подготовки.

№ испытуемого	«при поступлении»	«после 1 семестра»
1	75	80

2	72	85
3	55	51
4	60	60
5	68	62
6	28	35
7	65	83
8	58	61
9	71	87
10	48	52

Задача 4. Повысится ли уровень доброжелательности и доверия у участников эксперимента в результате воздействия гештальт-тренинга?

Показатели по методике «Диагностика доброжелательности»:

№ испытуемого	«до»	«после»
1	3	5
2	4	2
3	3	4
4	5	6
5	3	6
6	4	5
7	5	5
8	6	7
9	4	4

Задача 5. Для определения «остаточных» знаний у студентов по математике им было предложено 10 задач: после изучения дисциплины в конце второго курса, а затем через три года – на пятом курсе. Можно ли утверждать, что количество решенных задач после трех лет значительно не различается?

Количество решенных задач.

№ испытуемого	На 2 курсе	На 5 курсе
1	6	5
2	7	6
3	4	4
4	5	5
5	8	3
6	4	5
7	7	6
8	4	6
9	9	4
10	7	6

Глава 5. Критерии для несвязных выборок.

Часто перед исследователем в психологии стоит задача выявления различий между двумя, тремя и более выборками испытуемых. Это может быть, например, задача определения психологических особенностей:

- хронически больных детей по сравнению со здоровыми;
- юных правонарушителей по сравнению с законопослушными сверстниками;
- между работниками государственных предприятий и частных фирм;
- между людьми разной национальности или разной культуры;
- между людьми разного возраста и т.д.

В этих случаях исследуемые выборки будут являться несвязными. Для несвязных выборок характерно, что в них обязательно входят разные испытуемые.

Критерий Q-Розенбаума.

1. Назначение критерия.

Критерий Q-Розенбаума является непараметрическим и применяется для несвязных выборок.

Он предназначен для установления различий между двумя выборками по уровню исследуемого признака.

2. Описание критерия.

Критерий применяется в тех случаях, когда данные представлены, по крайней мере, в порядковой шкале.

Допускается неравное количество элементов в сравниваемых выборках.

Критерий очень простой, однако, если он не выявляет достоверных различий, это еще не означает, что их действительно нет. В этом случае стоит применить другой критерий.

Критерий основан на подсчете так называемых «хвостов».

Применение критерия начинаем с того, что наблюдения в обеих выборках нужно упорядочить, например, по возрастанию. Расположив получившиеся наблюдения рядом, например, в соседних столбцах, нужно сравнить получившиеся ряды.

Верхним «хвостом» назовем количество наблюдений одной выборки, которые меньше любого наблюдения другой выборки (в упорядоченном по возрастанию ряду они расположены сверху).

Обозначим количество наблюдений в верхнем «хвосте» за S .

Нижним «хвостом» назовем количество наблюдений одной выборки, которые больше любого наблюдения другой выборки (в упорядоченном по возрастанию ряду они расположены снизу).

Обозначим количество наблюдений в нижнем «хвосте» за T .

Замечание. Нижний и верхний «хвосты» должны принадлежать разным выборкам. Если одна из выборок имеет два «хвоста», то критерий Q-Розенбаума не применим.

Найдем сумму «хвостов» и обозначим $Q_{эм} = S + T$.

Величина $Q_{эм}$ является эмпирическим значением для критерия Розенбаума.

Обозначим число испытуемых в одной выборке за n_1 а число испытуемых в другой выборке за n_2 , и, выбрав стандартные уровни значимости $p = 0,05$ и $p = 0,01$, найдем критические значения для критерия Розенбаума в Таблице №3 (см. Приложение).

3. Гипотезы.

H_0 : уровень признака в выборке 1 не превышает уровня признака в выборке 2.

H_1 : уровень признака в выборке 2 превышает уровень признака в выборке 2.

4. Графическое представление.

Зона значимости располагается справа, а зона незначимости слева.

Чем ниже уровень исследуемого признака в одной из выборок по сравнению с другой, тем выше будут располагаться наблюдения в упорядоченном по возрастанию ряду и тем «длиннее» будет верхний «хвост» (больше S). Чем выше уровень исследуемого признака в одной из выборок по сравнению с другой, тем ниже будут располагаться наблюдения в упорядоченном по возрастанию ряду и тем «длиннее» будет нижний «хвост» (больше T). Чем длиннее «хвосты», тем больше эмпирическое значение.

Чтобы эмпирическое значение попало в зону значимости и приняли гипотезу H_1 , эмпирическое значение должно быть как можно больше. Большие значения на «оси значимости» расположены справа.

5. Ограничения критерия.

В каждой из сопоставляемых выборок должно быть не менее 10 наблюдений. При этом объемы выборок должны примерно совпадать.

Диапазоны разброса значений в двух выборках должны не совпадать между собой, иначе критерий нельзя применять. Если диапазоны разброса значений совпадают, то длины «хвостов» нулевые.

Пример. Будут ли обнаружены статистически достоверные различия в показателях ситуативной тревожности между подростками с делинквентным поведением и подростками без отклоняющегося поведения?

Показатели ситуативной тревожности.

№ испытуемого	Подростки с делинквентным поведением	Подростки без отклоняющегося поведения
1	36	38
2	36	40
3	39	41
4	32	36
5	34	37
6	40	42
7	42	45

8	42	48
9	40	36
10	53	54
11	42	58
12	28	48

Решение.

Один и тот же показатель исследуется на разных группах испытуемых, следовательно, полученные наблюдения представляют собой две несвязные выборки.

В задаче требуется установить различия между двумя выборками.

В группе подростков без отклоняющегося поведения наблюдается более высокий уровень тревожности.

Выполним исследование по этапам:

1.Формулировка статистических гипотез.

H_0 : уровень тревожности во 2 группе подростков не превышает уровня тревожности в 1 группе подростков.

H_1 : уровень тревожности во 2 группе подростков превышает уровень тревожности в 1 группе подростков.

2.Определение объема выборки. Объем 1 выборки равен 12, объем 2 выборки также равен 12.

3.Выбор уровня значимости. Выберем стандартные значения $p = 0,05$ и $p = 0,01$.

4.Выбор статистического метода.

Для установления различий между двумя несвязными выборками выберем критерий Розенбаума.

5.Вычисление эмпирического значения.

Расположим наблюдения для каждой выборки отдельно в порядке возрастания. Для удобства подсчета «хвостов» расположим два сравниваемых ряда так, чтобы они образовали один общий упорядоченный ряд.

группа 1	группа 2
28	
32	
34	
36	36
36	
36	
	37
	38
39	
40	
40	
	41

42	42
42	
42	
	48
	48
53	
	54
	58

Верхний «хвост» содержит 3 наблюдения (наблюдения в 1 группе, которые меньше любого наблюдения во 2 группе): $S = 3$.

Нижний «хвост» содержит 2 наблюдения (наблюдения во 2 группе, которые больше любого наблюдения в 1 группе): $T = 2$.

Нижний и верхний «хвосты» принадлежат разным выборкам, т.е. критерий Q-Розенбаума можно применить.

Величина $Q_{эм} = S + T = 3 + 2 = 5$ – эмпирическое значение.

6.Нахождение критических значений.

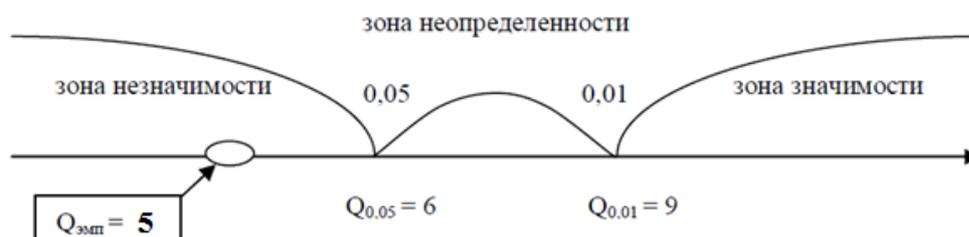
Объем 1 выборки $n_1 = 12$, объем 2 выборки $n_2 = 12$.

По Таблице №3 (см. Приложения):

$Q_{кр1} = 6$ для уровня значимости $p = 0,05$;

$Q_{кр2} = 9$ для уровня значимости $p = 0,01$.

7.Построение оси значимости.



Эмпирическое значение попало в зону незначимости.

8.Формулировка принятия решения.

Гипотеза H_0 принимается, а гипотеза H_1 отклоняется.

Статистически достоверные различия в показателях ситуативной тревожности между подростками с делинквентным поведением и подростками без отклоняющегося поведения не выявлены.

Критерий U-Манна-Уитни.

1.Назначение критерия.

Критерий U-Манна-Уитни является непараметрическим и применяется для несвязных выборок.

Он предназначен для установления различий между двумя выборками по уровню исследуемого признака.

2.Описание критерия.

Критерий применяется в тех случаях, когда данные представлены, по крайней мере, в порядковой шкале.

Допускается неравное количество элементов в сравниваемых выборках.

Предварительно обозначим все наблюдения каждой из выборок отдельным способом (символом). Затем наблюдения необходимо объединить в один ряд и упорядочить его по возрастанию.

Упорядоченные ряд, где **все наблюдения** одной выборки расположены по одну сторону от наблюдений другой выборки, назовем «**идеальным**». Очевидно, что такие выборки значимо различаются между собой по уровню исследуемого признака.

Например, элементы одной выборки обозначим за X, а другой за Y.

«Идеальный» упорядоченный ряд может выглядеть так:

XXXXXYYYYYY или YYYYYYXXXXX.

Критерий основан на подсчете нарушений в расположении наблюдений в упорядоченном экспериментальном ряду по сравнению с «идеальным».

Любое нарушение порядка «идеального» ряда называется **инверсией**.

Одним нарушением (одной инверсией) считают такое расположение чисел, когда перед некоторым числом одного ряда стоит только одно число другого ряда.

Например, в «идеальном» упорядоченном ряду одна инверсия может выглядеть так: YXXXXXYYYYY

Если перед некоторым числом одного ряда стоят два числа второго ряда, то возникает **две инверсии и т.д.**

Упорядоченные элементы первой выборки обозначим за X.

Упорядоченные элементы второй выборки обозначим за Y.

Инверсии Y/X – это количество чисел ряда Y, стоящих перед числом ряда X.

Инверсии X/Y – это количество чисел ряда X, стоящих перед числом ряда Y.

Суммарное количество инверсий X/Y обозначим за $U(X/Y)$.

Суммарное количество инверсий Y/X обозначим за $U(Y/X)$.

Минимальное из значений $U(X/Y)$ и $U(Y/X)$ обозначим как $U_{эм}$.

Величина $U_{эм}$ является эмпирическим значением для критерия Манна-Уитни.

Обозначим число испытуемых в одной выборке за n_1 а число испытуемых в другой выборке за n_2 , и, выбрав стандартные уровни значимости $p = 0,05$ и $p = 0,01$, найдем критические значения для критерия Манна-Уитни в Таблице №4 (см. Приложение).

3. Гипотезы.

H_0 : уровень признака в выборке 1 не превышает уровня признака в выборке 2.

H_1 : уровень признака в выборке 1 превышает уровень признака в выборке 2.

4. Графическое представление.

Зона значимости располагается слева, а зона незначимости справа.

Чем выше уровень исследуемого признака в одной из выборок, тем меньше упорядоченный ряд из двух выборок отличается от «идеального», и тем меньше инверсий. Чем меньше сумма инверсий, тем меньше эмпирическое значение.

Чтобы эмпирическое значение попало в зону значимости и приняли гипотезу H_1 , эмпирическое значение должно быть как можно меньше. Меньшие значения на «оси значимости» расположены слева.

5.Ограничения критерия.

В каждой выборке должно быть не менее 3 наблюдений; допускается, чтобы в одной выборке было 2 наблюдения, но тогда во второй их должно быть не менее 5.

В каждой выборке должно быть не более 60 наблюдений.

Пример. Будут ли выявлены статистически достоверные различия в показателях креативности подростков с девиантным поведением по сравнению с подростками без девиаций?

Показатели социальной креативности личности подростков.

№ испытуемого	Подростки с девиантным поведением	Подростки без отклоняющегося поведения
1	73	18
2	101	121
3	130	134
4	86	110
5	102	122
6	117	132
7	91	110
8	94	111
9	139	145
10	144	162

Решение.

Один и тот же показатель исследуется на разных группах испытуемых, следовательно, полученные наблюдения представляют собой две несвязные выборки.

В задаче требуется установить различия между двумя выборками.

В группе подростков без отклоняющегося поведения наблюдается более высокий уровень креативности.

Выполним исследование по этапам:

1.Формулировка статистических гипотез.

H_0 : *уровень креативности во 2 группе подростков не превышает уровень креативности в 1 группе подростков.*

H_1 : *уровень креативности во 2 группе подростков превышает уровень креативности в 1 группе подростков.*

2.Определение объема выборки. Объем 1 выборки равен 10, объем 2 выборки также равен 10.

3.Выбор уровня значимости. Выберем стандартные значения $p = 0,05$ и $p = 0,01$.

4.Выбор статистического метода.

Для установления различий между двумя несвязными выборками выберем критерий Манна-Уитни.

5.Вычисление эмпирического значения.

Элементы первой выборки обозначим за X, а элементы второй выборки обозначим за Y и расположим их по возрастанию.

Для удобства подсчета инверсий расположим два сравниваемых ряда так, чтобы они рядом образовали один общий упорядоченный ряд.

X	Y	Инверсии Y/X	Инверсии X/Y
	18	-	0
73		1	-
86		1	-
91		1	-
94		1	-
101		1	-
102		1	-
	110	-	6
	110	-	6
	111	-	6
117		4	-
	121	-	7
	122	-	7
130		6	-
	132	-	8
	134	-	8
139		8	-
144		8	-
	145	-	10
	162	-	10
Сумма		32	68

Суммарное количество инверсий $U(Y/X)=32$.

Суммарное количество инверсий $U(X/Y)=68$.

Найдем минимальное из значений $U(X/Y)$ и $U(Y/X)$.

Величина $U_{эм} = \min (U(X/Y), U(Y/X)) = 32$ – эмпирическое значение.

6.Нахождение критических значений.

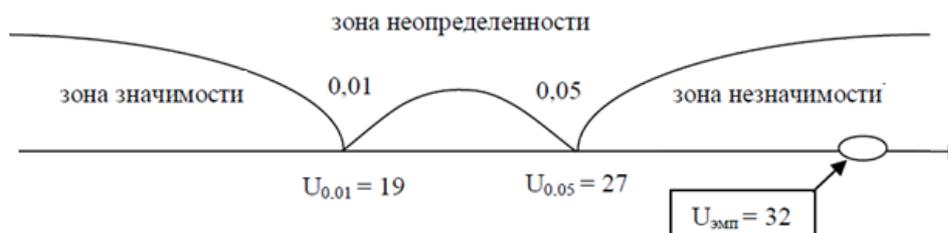
Объем 1 выборки $n_1 = 10$, объем 2 выборки $n_2 = 10$.

По Таблице №4 (см. Приложения):

$Q_{кр1} = 27$ для уровня значимости $p = 0,05$;

$Q_{кр2} = 19$ для уровня значимости $p = 0,01$.

7. Построение оси значимости.



Эмпирическое значение попало в зону незначимости.

8. Формулировка принятия решения.

Гипотеза H_0 принимается, а гипотеза H_1 отклоняется.

Статистически достоверные различия в показателях креативности между подростками с девиантным поведением и подростками без отклоняющегося поведения не выявлены.

Замечание.

Для некоторых случаев применение рассмотренного способа расчета эмпирического значения для критерия Манна-Уитни может стать неоднозначным.

Когда два или больше одинаковых наблюдения будут входить в обе выборки, количество инверсий будет меняться в зависимости от выбранного варианта расстановки наблюдений в упорядоченном ряду.

Например,

X	Y	Инверсии Y/X	Инверсии X/Y
6	-	-	0
-	8	1	-
25	-	-	1
25	-	-	1
25	-	-	1
-	25	4	-
-	25	4	-
-	25	4	-
Сумма		3	13

X	Y	Инверсии Y/X	Инверсии X/Y
6	-	0	-
-	8	-	1
-	25	-	1
-	25	-	1
-	25	-	1
25	-	4	-
25	-	4	-
25	-	4	-
Сумма		12	4

Суммы инверсий получились разные. В подобных случаях рекомендуют пользоваться для расчета эмпирического значения другим способом. Его можно рассмотреть в дополнительной литературе самостоятельно.

Но есть возможность и в таких случаях производить расчет первым способом. Для этого следует располагать одинаковые наблюдения равномерно друг под другом.

Например,

X	Y
25	
-	25
25	-
-	25
25	-
-	25

Упражнения

Задача 1. Существуют ли различия в показателях агрессивности среди наркотически зависимых несовершеннолетних мальчиков и девочек?

Показатели агрессивности по методике Баса-Дарки.

№ испытуемого	Девочки	Мальчики
1	86	68
2	87,6	68
3	95,3	55
4	98	104
5	53,3	54,3
6	84,6	75
7	31,3	61,3
8	87,6	54,3
9	73,6	84,3
10	38	56,6

Задача 2. Достоверно ли, что 7-летние дети в отличие от 6-летних имеют более высокий уровень мотивационной готовности к школе?

Показатели мотивационной готовности к школе.

№ испытуемого	6-летние дети	7-летние дети
1	12	21
2	13	22
3	6	18
4	14	29
5	19	32
6	17	29
7	20	32
8	14	29
9	9	19
10	11	21

Задача 3. Можно ли утверждать, что у девочек наблюдается более высокий уровень готовности к профессиональному самоопределению, чем у мальчиков?

Показатели уровня готовности к профессиональному самоопределению по методике «Квалиметрический метод оценки».

№ испытуемого	Девочки	Мальчики
1	10,5	3
2	7,5	10,5
3	10,5	6,5
4	9,5	10
5	10	7,5
6	9,5	9
7	10	5,5
8	10	9,5
9	10,5	7
10	10	7
11	10,5	6
12	9	
13	8,5	

Задача 4. У студентов математического и гуманитарного факультетов был измерен уровень вербального интеллекта. Можно ли утверждать, что одна группа превышает другую по уровню вербального интеллекта?

Показатели уровня вербального интеллекта.

№ испытуемого	Студенты математического факультета	Студенты гуманитарного факультета
1	36	26
2	36	27
3	29	32
4	35	20
5	27	19
6	21	26
7	31	20
8	32	23
9	32	21
10	35	34

Задача 5. В исследовании Скаковского изучалась проблема психологических барьеров при обращении в службу знакомств у мужчин и у женщин. Испытуемые должны были отметить на отрезке точку, соответствующую интенсивности внутреннего сопротивления, которое им пришлось преодолеть, чтобы обратиться в службу знакомств. Длина отрезка, отражающая максимально возможное сопротивление, составляла 100 мм. Можно ли утверждать, что мужчинам приходится преодолевать субъективно более мощное сопротивление?

Показатели интенсивности внутреннего сопротивления (в мм).

№ испытуемого	Мужчины	Женщины
1	81	70
2	80	66
3	73	63
4	72	61
5	72	60
6	69	54
7	69	47
8	65	43
9	65	41
10	62	40
11	60	39
12	54	38
13	54	35
14	43	30
15	30	27
16	26	25
17	26	23
18		17
19		10
20		9

Глава 6. Многофункциональный критерий φ -Фишера.

Многофункциональные статистические критерии – это критерии, которые могут использоваться по отношению к самым разнообразным данным, выборкам и задачам.

Данные могут быть представлены в любой шкале.

Выборки могут быть как связными, так и несвязными.

Нижние границы наблюдений – 5, но возможно применение критериев и по отношению к выборкам с 2 наблюдениями, с некоторыми оговорками.

Верхней границы не существует – выборки могут быть сколь угодно большими.

Многофункциональные критерии позволяют решать задачи сопоставления уровней исследуемого признака; сдвигов в значении признака и др.

Решение большого класса задач с помощью таких критериев основано на общем понятии **проявление эффекта** и подсчете его частоты.

В результате эксперимента, если признак принял определенное выбранное значение, то будем считать, что **проявился выбранный эффект**.

Какие наблюдения считать за проявление эффекта, а какие нет, психолог решает самостоятельно.

Например, испытуемым предлагают решить задание и в качестве проявленного эффекта можно выбрать значение – испытуемый справился.

К числу многофункциональных критериев относится критерий φ -Фишера (угловое преобразование Фишера).

1. Назначение критерия.

Критерий Фишера предназначен для **сопоставления двух выборок по частоте встречаемости интересующего исследователя эффекта**.

2. Описание критерия.

Критерий оценивает достоверность различий между процентными долями двух выборок, в которых зарегистрирован интересующий нас эффект.

Суть углового преобразования Фишера состоит в переводе процентных долей в величины центрального угла φ , который измеряется в радианах.

Для вычисления значения φ можно воспользоваться Таблицей №5 (см. Приложения), где для каждого значения процента: от 0 до 100 (с точностью 2 цифры после запятой) рассчитаны значения φ .

Вначале необходимо вычислить долю наблюдений (в процентах) в выборках, у которых проявился интересующий исследователя эффект. На следующем этапе необходимо по Таблице №5 (см. Приложения) для найденных долей вычислить величины φ_1 и φ_2 для 1 и 2 выборки соответственно.

Эмпирическое значение $\varphi_{эм}$ нужно вычислить по следующей формуле:

$$\varphi_{эм} = |\varphi_1 - \varphi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$$

где n_1 и n_2 – это объемы 1 и 2 выборки соответственно.

Величина критического значения для критерия Фишера зависит только от выбранного уровня значимости.

Выбрав стандартные уровни значимости $p = 0,05$ и $p = 0,01$, найдем критические значения для критерия Фишера в Таблице №6 (см. Приложение).

3. Гипотезы.

H_0 : доля лиц, у которых проявляется исследуемый эффект, в 1 выборке не больше, чем во 2 выборке.

H_1 : доля лиц, у которых проявляется исследуемый эффект, в 1 выборке больше, чем во 2 выборке.

4. Графическое представление.

Зона значимости располагается справа, а зона незначимости слева.

Чем выше доля лиц в выборке, у которых проявляется исследуемый эффект, тем больше значение угла φ . Чем ниже доля лиц в другой выборке, у которых проявляется исследуемый эффект, тем меньше значение угла φ . При этом, чем больше разность значений углов для двух сравниваемых выборок, тем больше эмпирическое значение.

Чтобы эмпирическое значение попало в зону значимости и приняли гипотезу H_1 , эмпирическое значение должно быть как можно больше. Большие значения на «оси значимости» расположены справа.

5. Ограничения критерия.

Ни одна из сопоставляемых долей не должна быть равной нулю. Формально нет препятствий для применения критерия в случаях, когда доля наблюдений в одной выборке равна нулю. Однако в этих случаях результат может оказаться неоправданно завышенным.

Нижний предел 2 наблюдения в одной выборке. При этом, если объем в одной из выборок маленький, то это накладывает некоторые ограничения на объем в другой выборке (чем меньше объем в первой выборке, тем больше должен быть объем во второй выборке). Верхнего предела нет.

Пример 1. Психолог выяснил, что в группе работников организации с завышенной самооценкой у 6 человек среди 8 наиболее характерной ролью выступает соперничество, а в группе с заниженной самооценкой у 1 человека из 10 проявляется соперничество. Можно ли утверждать, что работники с высокой самооценкой чаще демонстрируют соперничество как стиль урегулирования конфликта?

Решение.

У двух независимых групп работников исследуется признак: проявление роли соперничества.

Полученные наблюдения измеряются в номинальной шкале, принимая значения: проявляет или не проявляет роль соперничества.

Оформим экспериментальные данные в виде таблицы:

Четырехклеточная таблица для расчета критерия Фишера.

	Проявляют роль соперничества	Не проявляют роль соперничества	Всего
Группа работников с завышенной самооценкой.	6	2	8
Группа работников с заниженной самооценкой.	1	9	10
Всего	7	11	18

Если испытуемый проявляет роль соперничества, то будем считать, что у него проявился эффект.

В задаче нужно сравнить две несвязные выборки по частоте проявления интересующего психолога эффекта.

Выполним исследование по этапам:

1.Формулировка статистических гипотез.

H_0 : доля работников, которые проявляют соперничество, в группе с завышенной самооценкой не больше, чем в группе с заниженной самооценкой.

H_1 : доля работников, которые проявляют соперничество, в группе с завышенной самооценкой больше, чем в группе с заниженной самооценкой.

2.Определение объема выборки. Объем 1 выборки равен 8, объем 2 выборки равен 10.

3.Выбор уровня значимости. Выберем стандартные значения $p = 0,05$ и $p = 0,01$.

4.Выбор статистического метода.

Для сравнения двух несвязных выборок по частоте встречаемости интересующего эффекта выберем критерий Фишера.

5.Вычисление эмпирического значения.

Для каждой выборки вычислим долю наблюдений (в процентах), у которых проявился эффект:

для 1 выборки: $\frac{6}{8} \cdot 100 = 75\%$.

для 2 выборки: $\frac{1}{10} \cdot 100 = 10\%$.

по Таблице №5 (см. Приложения) вычислим φ_1 и φ_2 .

для 1 выборки: $\varphi_1 = 2,094$

для 2 выборки: $\varphi_2 = 0,644$

Вычислим эмпирическое значение $\varphi_{эм}$ по формуле:

$$\varphi_{эм} = |\varphi_1 - \varphi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} = |2,094 - 0,644| \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 10}{8 + 10}} \approx 3,06$$

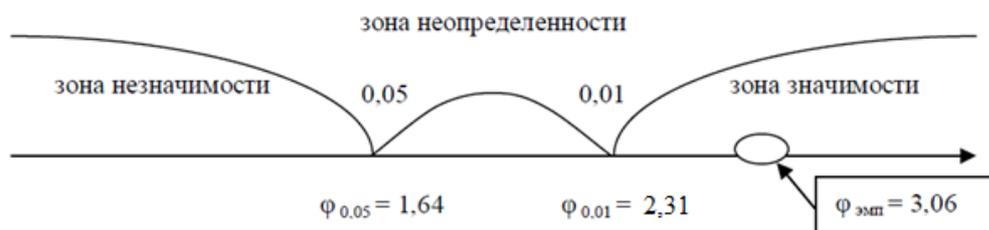
6.Нахождение критических значений.

По Таблице №6 (см. Приложения):

$$\varphi_{кр1} = 1,64 \text{ для уровня значимости } p = 0,05;$$

$$\varphi_{кр2} = 2,31 \text{ для уровня значимости } p = 0,01.$$

7.Построение оси значимости.



Эмпирическое значение попало в зону значимости.

8.Формулировка принятия решения.

Гипотеза H_0 отклоняется и принимается гипотеза H_1 на уровне значимости $p < 0,01$.

На высоком уровне значимости можно утверждать, что работники с высокой самооценкой чаще демонстрируют соперничество как стиль урегулирования конфликта.

Пример 2. В исследовании Г.А.Тлегеновой (1990г.) из учащихся ПТУ были отобраны по результатам обследования по Фрайбургскому личностному опроснику испытуемые с высоким (Группа 1) и низким (Группа 2) показателем по шкале Агрессивности. Требовалось определить, различаются ли группы агрессивных и неагрессивных юношей по показателю расстояния, которое они спонтанно выбирают в разговоре с сокурсниками?

Показатели расстояния (в см),
выбираемого юношами в разговоре с сокурсниками:

Группа 1	Группа 2
30	40
40	45
50	65
50	75
50	75
50	75
50	75
70	100
80	100
90	100
	100

Решение:

Можно заметить, что агрессивные юноши чаще выбирают расстояние в 50 см и даже меньше, в то время как неагрессивные юноши чаще выбирают расстояние, превышающее 50 см.

Рассмотрим расстояние в 50 см как критическое, и будем считать, что если выбранное расстояние меньше или равно 50 см, то эффект проявился, а если выбранное расстояние больше 50 см, то эффект не проявился.

Оформим экспериментальные данные в виде таблицы:

Четырехклеточная таблица для расчета критерия Фишера.

	Выбирают дистанцию $d \leq 50$	Выбирают дистанцию $d > 50$	Всего
Юноши с высоким уровнем Агрессивности.	7	3	10
Юноши с низким уровнем Агрессивности.	2	9	11
Всего	9	12	21

Теперь, чтобы определить различия между двумя группами по исследуемому показателю, проверим эти группы по частоте встречаемости проявленного эффекта.

Выполним исследование по этапам:

1.Формулировка статистических гипотез.

H_0 : доля юношей, которые выбирают дистанцию $d \leq 50$, в группе агрессивных юношей не больше, чем в группе неагрессивных юношей.

H_1 : доля юношей, которые выбирают дистанцию $d \leq 50$, в группе агрессивных юношей больше, чем в группе неагрессивных юношей.

2.Определение объема выборки. Объем 1 выборки равен 10, объем 2 выборки равен 11.

3.Выбор уровня значимости. Выберем стандартные значения $p = 0,05$ и $p = 0,01$.

4.Выбор статистического метода.

Для сравнения двух несвязных выборок по частоте встречаемости интересующего эффекта выберем критерий Фишера.

5.Вычисление эмпирического значения.

Посчитаем для каждой выборки вначале частоту проявления эффекта:

для 1 выборки: 7 юношей выбирают дистанцию $d \leq 50$;

для 2 выборки: 2 юношей выбирают дистанцию $d \leq 50$.

Вычислим долю проявленного эффекта (в процентах):

для 1 выборки: $\frac{7}{10} \cdot 100 = 70\%$;

для 2 выборки: $\frac{2}{11} \cdot 100 = 18,18\%$.

по Таблице №5 (см. Приложения) вычислим φ_1 и φ_2 .

для 1 выборки: $\varphi_1 = 1,982$;

для 2 выборки: $\varphi_2 = 0,881$.

Вычислим эмпирическое значение $\varphi_{эм}$ по формуле:

$$\varphi_{эм} = |\varphi_1 - \varphi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} = |1,982 - 0,881| \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 11}{10 + 11}} \approx 2,52$$

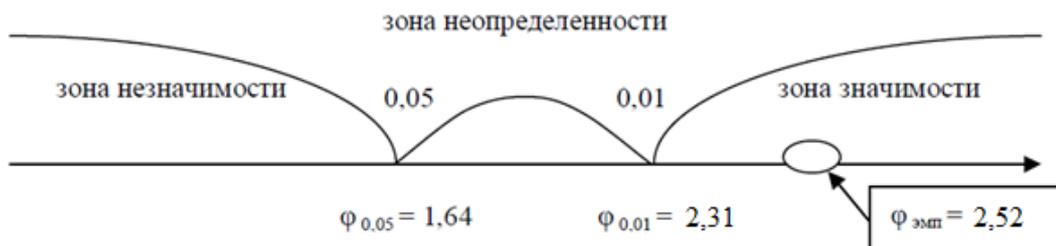
6.Нахождение критических значений.

По Таблице №6 (см. Приложения):

$$\varphi_{кр1} = 1,64 \text{ для уровня значимости } p = 0,05;$$

$$\varphi_{кр2} = 2,31 \text{ для уровня значимости } p = 0,01.$$

7.Построение оси значимости.



Эмпирическое значение попало в зону значимости.

8.Формулировка принятия решения.

Гипотеза H_0 отклоняется и принимается гипотеза H_1 на уровне значимости $p < 0,01$.

На высоком уровне значимости можно утверждать, что более агрессивные юноши чаще выбирают дистанцию меньше или равную 50 см, чем неагрессивные юноши.

Упражнения

Задача 1. Психолог провел эксперимент, в котором выяснилось, что из 23 учащихся математической школы 15 справились с заданием, а из 28 учащихся обычной школы с тем же заданием справились 11. Можно ли считать, что различия в успешности решения задания учащимися математической и обычной школы достоверны?

Задача 2. Психолог проводил анализ выраженности уровня тревожности в группе сирот и в группе детей из полных семей при помощи опросника Тейлора. 40 баллов и выше рассматривались как показатель очень высокого уровня тревожности. В группе сирот из 10 человек очень высокий уровень тревожности наблюдался у 7 испытуемых, в группе детей из полных семей из 13 человек он был обнаружен у 3 испытуемых. Можно ли считать статистически значимым, что уровень тревожности у подростков-сирот более высокий, чем у их сверстников из полных семей?

Задача 3. Чтобы определить отношение телезрителей разного пола к телевизионной передаче опросили мужчин и женщин. Оказалось, что 25 мужчин одобряют, а 10 – не одобряют эту передачу. В то же время 16 женщин выказывают свое отрицательное отношение к передаче, а 9 –

положительное. Можно ли считать статистически значимым, что целевая аудитория для телепередачи является в большей степени мужской?

Задача 4. Будет ли тренинг способствовать повышению показателей по методике «Шкала социального интереса»?

Результаты диагностики «до» и «после» воздействия:

№ испытуемого	до	после
1	3	8
2	5	8
3	5	9
4	8	9
5	6	7
6	4	8
7	8	8
8	3	2
9	5	6
10	5	8

Объединив две выборки, вычислить среднее значение для показателей по методике «Шкала социального интереса». Считать, что эффект проявился, если показатель окажется больше или равен среднему значению.

Задача 5. Будут ли выявлены статистически достоверные различия в показателях креативности подростков с девиантным поведением по сравнению с подростками без девиаций?

Показатели социальной креативности личности подростков.

№ испытуемого	Подростки с девиантным поведением	Подростки без отклоняющегося поведения
1	73	18
2	101	121
3	130	134
4	86	110
5	102	122
6	117	132
7	91	110
8	94	111
9	139	145
10	144	162

Объединив две выборки, вычислить среднее значение для показателей социальной креативности личности подростков. Считать, что эффект проявился, если показатель окажется больше или равен среднему значению.

Глава 7. Исследование взаимосвязей признаков.

Понятие корреляции.

Психолога нередко интересует, как связаны между собой две или большее количество переменных в одной или нескольких изучаемых группах?

Например, связан ли уровень тревожности учащихся с их показателями успеваемости?

Корреляция – это согласованное изменение признаков. Если при изменении одной величины изменяется другая, то между показателями этих явлений будет наблюдаться корреляция.

Наличие корреляции между двумя переменными ничего не говорит о причинно-следственных зависимостях между ними. Оно свидетельствует лишь о том, что изменениям одного признака сопутствуют определенные изменения другого. При этом является ли исследуемый признак причиной изменения другого исследуемого признака, или причиной является какой-то не учтенный третий признак, не известно.

Направление корреляции:

- 1.положительная (прямая);
- 2.отрицательная (обратная);
- 3.нулевая.

Корреляция является **положительной (прямой)**, если увеличение одной переменной связано с увеличением другой переменной.

Например, чем выше тревожность, тем выше риск заболеть язвой желудка.

Корреляция является **отрицательной (обратной)**, если увеличение одной переменной связано с уменьшением другой.

Например, чем выше уровень страха, тем меньше шансов занять доминирующее положение в группе.

Корреляция является **нулевой**, если отсутствует связь между переменными.

Например, связь между ростом учеников и их успеваемостью отсутствует.

Форма корреляции:

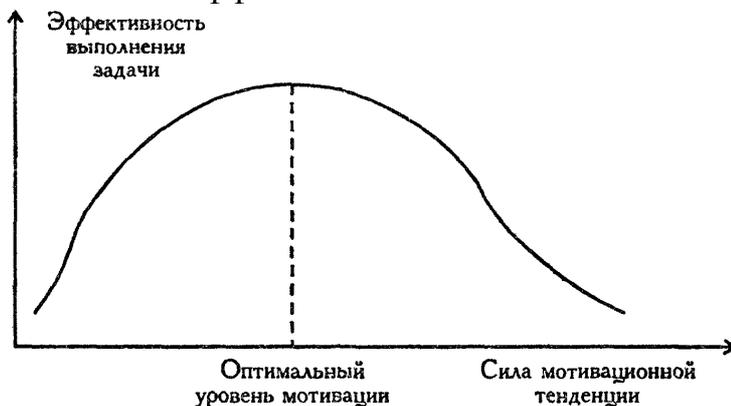
- 1.линейная;
- 2.нелинейная.

Связь линейная, если с увеличением или уменьшением одной переменной вторая переменная в среднем также либо растет, либо убывает.

Например, связь между количеством тренировок на учебном тренажере и количеством правильно решаемых задач в контрольной сессии является линейной.

Связь не линейна, если при увеличении одной величины характер изменения другой величины не линейен, а описывается другими законами.

Например, связь между уровнем мотивации и эффективностью выполнения задачи не является линейной. При повышении мотивации эффективность выполнения задачи сначала растет, затем достигается оптимальный уровень мотивации, которому соответствует максимальная эффективность выполнения задачи; дальнейшему повышению мотивации сопутствует уже снижение эффективности.



В психологических исследованиях сильная линейная корреляционная связь встречается достаточно редко.

Линейную корреляцию можно количественно измерить.

Сила или теснота корреляционной связи между признаками выражается величиной, называемой **коэффициентом корреляции**. Обозначается r .

Значения данного коэффициента могут находиться в диапазоне:

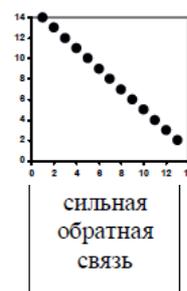
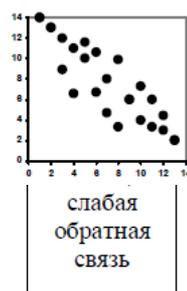
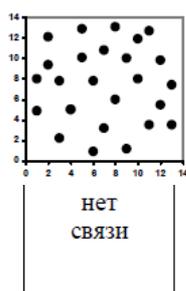
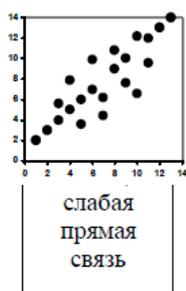
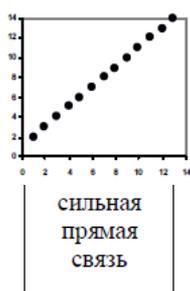
$$-1 \leq r \leq 1$$

Сила связи не зависит от ее направленности и определяется по абсолютному значению коэффициента корреляции.

Классификация корреляционных связей по их силе:

1) сильная, или тесная	$ r \geq 0,7$
2) средняя	$0,5 \leq r < 0,7$
3) умеренная	$0,3 \leq r < 0,5$
4) слабая	$0,2 \leq r < 0,3$
5) очень слабая	$ r \leq 0,2$

Возможные варианты связей, соответствующие им коэффициенты корреляции и их интерпретации изобразим на диаграммах рассеивания:



Коэффициенты корреляции характеризуются не только силой, но и значимостью.

Чтобы установить значимость корреляционной связи необходимо дополнительно выполнить проверку статистических гипотез с указанием уровня значимости.

H_0 : корреляционная связь незначимая ($r = 0$);

H_1 : корреляционная связь значимая ($r \neq 0$).

Сильная корреляция может оказаться случайной при малом объеме выборки, а слабая корреляция может оказаться значимой при большом объеме выборки.

Коэффициенты корреляции.

Если необходимо установить, существует ли корреляционная связь между двумя исследуемыми признаками, то нужно вначале выбрать меру связи, затем рассчитать ее величину и сделать выводы.

Выбор меры связи зависит от шкалы измерения исследуемых признаков.

Первый исследуемый признак (переменную) обозначим за X .

Второй исследуемый признак (переменную) обозначим за Y .

Соотношения между типами шкал и мерами связи:

Тип шкалы		Мера связи
переменная X	переменная Y	
дихотомическая (номинальная)	дихотомическая (номинальная)	коэффициент φ
ранговая, интервальная или отношений	ранговая, интервальная или отношений	коэффициент Спирмена
ранговая	ранговая	коэффициент Кенделла
интервальная или отношений	интервальная или отношений	коэффициент Пирсона

Метод ранговой корреляции Спирмена.

Если исследователь хочет установить, есть ли связь между исследуемыми признаками, то можно начать с расчета коэффициента ранговой корреляции Спирмена.

Основанием для выбора этого коэффициента служат его особенности:

- универсальность,
- простота,
- широкие возможности в решении разного типа задач.

Универсальность проявляется в том, что он применим к любым количественно измеренным или ранжируемым данным (в том числе и качественным данным, измеренным в ранговой шкале).

Простота выражается в простоте вычисления коэффициента.

Уникальность метода состоит в том, что он позволяет сопоставлять не только **индивидуальные показатели (наблюдения)**, но и **индивидуальные иерархии**, что недоступно ни одному из других статистических методов.

Например, испытуемые могут сами проставить иерархии своих предпочтений (ценностей) и можно исследовать между ними связь.

Коэффициент ранговой корреляции рекомендуется применять в тех случаях, когда необходимо проверить, согласованно ли изменяются разные признаки у одного и того же испытуемого, насколько совпадают индивидуальные ранговые показатели у двух отдельных испытуемых или у испытуемого и группы?

1. Назначение рангового коэффициента корреляции.

Метод ранговой корреляции Спирмена позволяет определить силу и направление корреляционной связи между двумя признаками или двумя иерархиями признаков.

2. Описание метода.

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена относится к непараметрическим показателям связи между переменными, измеренными, по крайней мере, в ранговой шкале.

Вначале показатели ранжируются отдельно по каждому из признаков, выбрав одинаковый порядок ранжирования.

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена вычисляется по формуле:

$$r = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n \cdot (n^2 - 1)},$$

где d – это разность рангов, символ Σ - означает сумму, а n - число пар наблюдений или иерархий.

Получив значение коэффициента корреляция, мы уже можем сделать некоторые выводы:

Наблюдается ли корреляционная связь между признаками или нет?

Какова сила (теснота) этой связи: сильная, умеренная или слабая?

Какая это связь: положительная, отрицательная или нулевая?

Для определения статистической значимости коэффициента корреляции дополнительно определяем эмпирическое значение.

Модуль вычисленного коэффициента ранговой корреляции обозначим за эмпирическое значение $r_{эм}$.

Величина критического значения для метода ранговой корреляции зависит от выбранного уровня значимости и числа пар экспериментальных данных n .

Выбрав стандартные уровни значимости $p = 0,05$ и $p = 0,01$, найдем критические значения для метода ранговой корреляции в Таблице №7 (см. Приложение). Можно также выбирать и другие значения уровня значимости.

3. Гипотезы.

H_0 : между переменными (иерархиями) не наблюдается статистически значимая связь

H_1 : между переменными (иерархиями) наблюдается статистически значимая связь

4. Графическое представление.

Зона значимости располагается справа, а зона незначимости слева.

Чем меньше пар наблюдений, тем больше должно значение коэффициента корреляции отличаться от нуля (если равно нулю, то связь отсутствует), чтобы его значение считалось статистически значимым.

Чтобы эмпирическое значение попало в зону значимости и приняли гипотезу H_1 , эмпирическое значение должно быть как можно больше. Большие значения на «оси значимости» расположены справа.

5. Ограничения метода.

Должно быть не менее 5 и не более 40 пар наблюдений (такие значения доступны для Таблицы №7).

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена при большом количестве одинаковых рангов по одной или обоим сопоставляемым переменным дает завышенное значение. Если это условие не соблюдается, необходимо вносить поправку на одинаковые ранги.

Пример 1. Существует ли связь между показателями удовлетворенности, полученными у 10 пар супругов?

Показатели удовлетворенности браков по методике «Удовлетворены ли вы браком?»

№ пары	Жена	Муж
1	24	26
2	20	24
3	20	26
4	25	35
5	40	36
6	32	19
7	26	33
8	19	20
9	24	26
10	20	24

Выполним исследование по этапам:

1. Формулировка статистических гипотез.

H_0 : между показателями удовлетворенности браком не наблюдается статистически значимая связь.

H_1 : между показателями удовлетворенности браком наблюдается статистически значимая связь.

2.Определение объема выборки. Количество пар наблюдений равно 10.

3.Выбор уровня значимости. Выберем стандартные значения $p = 0,05$ и $p = 0,01$.

4.Выбор статистического метода.

Для определения связи между признаками применим метод ранговой корреляции Спирмена.

5.Вычисление эмпирического значения.

Предварительные расчеты запишем в таблице:

Жена	Муж	Ранг (жена)	Ранг (муж)	Разность рангов d	Квадрат разности рангов d^2
24	26	5,5	6	-0,5	0,25
20	24	3	3,5	-0,5	0,25
20	26	3	6	-3	9
25	35	7	9	-2	4
40	36	10	10	0	0
32	19	9	1	8	64
26	33	8	8	0	0
19	20	1	2	-1	1
24	26	5,5	6	-0,5	0,25
20	24	3	3,5	-0,5	0,25
Сумма		55	55	0	79

Сумма разностей рангов равна нулю. Это показатель правильности подсчета разностей рангов.

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена вычислим по формуле:

$$r = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n \cdot (n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 79}{10 \cdot (10^2 - 1)} = 1 - \frac{474}{990} = 0,52.$$

На данном этапе уже можно сделать предварительные выводы о связи между показателями удовлетворенности браком супругами:

1) *наблюдается средняя корреляционная связь (по таблице классификации корреляции по силе $0,5 \leq |r| < 0,7$);*

2) *наблюдается положительная корреляционная связь ($r > 0$);*

Осталось проверить, является ли найденная корреляционная связь статистически значимой.

Определим эмпирическое значение $r_{эм}$ как модуль $|r|$:

$$r_{эм} = 0,52.$$

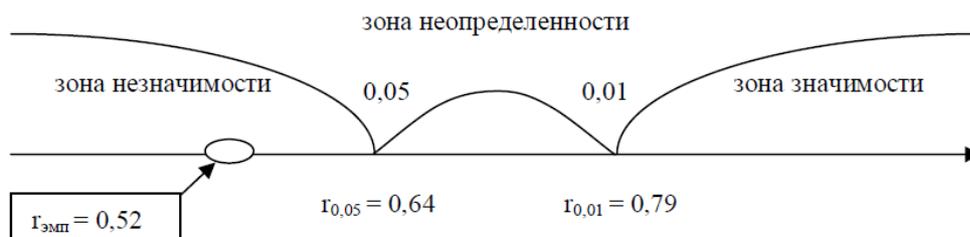
6.Нахождение критических значений.

По Таблице №7 (см. Приложения):

$$r_{кр1} = 0,64 \text{ для уровня значимости } p = 0,05;$$

$$r_{кр2} = 0,79 \text{ для уровня значимости } p = 0,01.$$

7. Построение оси значимости.



Эмпирическое значение попало в зону незначимости.

8. Формулировка принятия решения.

Гипотеза H_0 принимается, а гипотеза H_1 отклоняется.

Между показателями удовлетворенности браком отсутствует статистически значимая связь.

Данный вывод мы делаем из-за малого объема выборки. Получившееся среднее значение коэффициента корреляции могло выйти случайным образом, а не по причине действительно наличия связи. Если же между исследуемыми показателями действительно существует связь, то можно провести дополнительное исследование, увеличив объем выборки.

Пример 2. В исследовании, посвященном проблемам ценностной ориентации, выявлялись иерархии терминальных ценностей по методике Рокича у родителей и взрослых детей. Определить, как эти ценностные иерархии связаны друг с другом.

Ранги терминальных ценностей, полученные при обследовании пары мать-дочь по методике Рокича.

Терминальные ценности	Иерархия матери	Иерархия дочери
Активная деятельная жизнь	15	15
Жизненная мудрость	1	3
Здоровье	7	14
Интересная работа	8	12
Красота природы и искусство	16	17
Любовь	11	10
Материально обеспеченная жизнь	12	13
Наличие хороших и верных друзей	9	11
Общественное признание	17	5
Познание	5	1
Продуктивная жизнь	2	2
Развитие	6	8
Развлечение	18	18
Свобода	4	6
Счастливая семейная жизнь	13	4
Счастье других	14	16
Творчество	10	9
Уверенность в себе	3	7

Выполним исследование по этапам:

1.Формулировка статистических гипотез.

H_0 : между иерархиями терминальных ценностей матери и дочери не наблюдается статистически значимая связь.

H_1 : между иерархиями терминальных ценностей матери и дочери наблюдается статистически значимая связь.

2.Определение объема выборки. Количество пар иерархий равно 18.

3.Выбор уровня значимости. Выберем стандартные значения $p=0,05$ и $p=0,01$.

4.Выбор статистического метода.

Для определения связи между иерархиями применим метод ранговой корреляции Спирмена.

5.Вычисление эмпирического значения.

Иерархии уже являются проставленными рангами.

Предварительные расчеты запишем в таблице:

Иерархия матери Ранг X	Иерархия дочери Ранг Y	Разность рангов d	Квадрат разности рангов d^2
15	15	0	0
1	3	-2	4
7	14	-7	49
8	12	-4	16
16	17	-1	1
11	10	1	1
12	13	-1	1
9	11	-2	4
17	5	12	144
5	1	4	16
2	2	0	0
6	8	-2	4
18	18	0	0
4	6	-2	4
13	4	9	81
14	16	-2	4
10	9	1	1
3	7	-4	16
Сумма		0	346

Сумма разностей рангов равна нулю. Это показатель правильности подсчета разностей.

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена вычислим по формуле:

$$r = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n \cdot (n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 346}{18 \cdot (18^2 - 1)} = 1 - \frac{2076}{5814} = 0,64.$$

На данном этапе уже можно сделать предварительные выводы о связи между иерархиями терминальных ценностей матери и дочери:

1) наблюдается средняя корреляционная связь (по таблице классификации корреляции по силе $0,5 \leq |r| < 0,7$);

2) наблюдается положительная корреляционная связь ($r > 0$);

Осталось проверить, является ли найденная корреляционная связь статистически значимой.

Определим эмпирическое значение $r_{эм}$ как модуль $|r|$:

$$r_{эм} = 0,64.$$

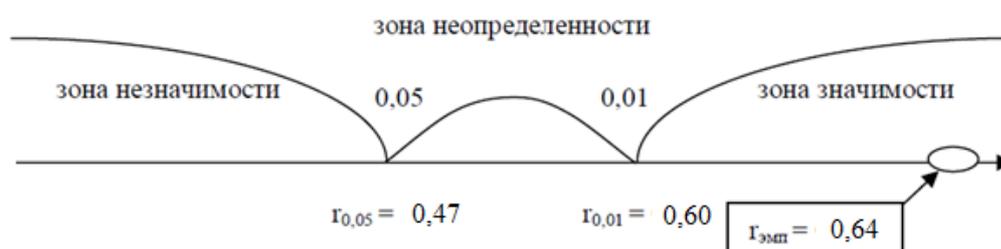
6.Нахождение критических значений.

По Таблице №7 (см. Приложения):

$$r_{кр1} = 0,47 \text{ для уровня значимости } p = 0,05;$$

$$r_{кр2} = 0,60 \text{ для уровня значимости } p = 0,01.$$

7.Построение оси значимости.



Эмпирическое значение попало в зону значимости.

8.Формулировка принятия решения.

Гипотеза H_0 отклоняется и принимается гипотеза H_1 на уровне значимости $p < 0,01$.

Между иерархиями терминальных ценностей матери и дочери существует статистически значимая связь. Те ценности, которые более важны для матери, также важны и для дочери. Но между некоторыми существуют расхождения. Основные расхождения приходятся на ценности «Счастливая семейная жизнь», «Общественное признание» и «Здоровье», ранги остальных ценностей достаточно близки.

Упражнения

Задача 1. Существует ли связь между показателями удовлетворенности, полученными у 15 семейных пар?

Показатели удовлетворенности браков по методике «Удовлетворены ли вы браком?»

№ пары	Жена	Муж
1	28	36
2	43	42
3	36	34
4	42	43
5	37	40
6	29	32

7	32	33
8	33	35
9	27	28
10	33	34
11	34	35
12	35	36
13	29	28
14	29	29
15	31	36

Задача 2. Существует ли связь между показателями сформированности отношения к здоровью между старшеклассниками и их родителями?

Показатели сформированности отношения к здоровью по методике «Индекс отношения к здоровью» С.Дерябо, В.Ясвина.

№ пары	Учащийся	Родители учащегося
1	14	23
2	11	27
3	18	23
4	17	21
5	15	27
6	24	19
7	18	28
8	18	19
9	18	21
10	17	19
11	13	19
12	22	19
13	15	28
14	17	14
15	14	19
16	27	21
17	19	23

Задача 3. Существует ли статистически достоверная связь между самооценкой работников и их межличностными отношениями в педагогическом коллективе?

Показатели самооценки испытуемых и психологического климата.

№ испытуемого	Балл по самооценке	Оценка психологического климата
1	-0,3	18
2	0,1	4
3	0,2	14
4	0,2	9
5	0,2	12
6	0,2	6
7	0,3	10
8	0,3	5

9	0,3	26
10	0,3	16
11	0,3	21
12	0,3	-6
13	0,4	-10
14	0,4	23
15	0,4	2
16	0,4	-2
17	0,5	6
18	0,5	-6
19	0,5	-11
20	0,6	-7

Задача 4. Существует ли статистически достоверная корреляционная связь между показателями по шкале «соперничество» и шкале «компромисс», измеренными среди женщин, состоящих в браке?

Показатели по методике К.Томаса.

№ испытуемого	«соперничество»	«компромисс»
1	9	5
2	4	5
3	0	8
4	4	6
5	7	3
6	2	7
7	3	5
8	4	6
9	10	5
10	3	6
11	6	3
12	2	8
13	6	3
14	1	8

Задача 5. Джозев Вольпе в своей книге (1981г.) привёл упорядоченный перечень из наиболее часто встречающихся у современного человека «бесполезных», по его обозначению, страхов, которые не несут сигнального значения и лишь мешают полноценно жить и действовать. В отечественном исследовании, проведенном М.Э.Раховой (1994г.), испытуемые должны были оценить, насколько актуальным для них является тот или иной вид страха из перечня Вольпе. Представлены показатели, полученные Дж.Вольпе и М.Э. Раховой. Совпадают ли ранговые последовательности 20 видов страха у американских и российских респондентов?

Виды страха	Ранг в американской выборке	Ранг в российской выборке
Публичного выступления	1	7
Полета	2	12

Совершить ошибку	3	10
Неудачи	4	6
Неодобрения	5	9
Отвержения	6	2
Злых людей	7	5
Одиночества	8	1
Крови	9	16
Открытых ран	10	13
Дантиста	11	3
Уколов	12	19
Прохождения тестов	13	20
Полиции	14	17
Высоты	15	4
Собак	16	11
Пауков	17	18
Искалеченных людей	18	8
Больниц	19	15
Темноты	20	14

Индивидуальная работа

Вариант 1

Задача 1. Был измерен уровень знаний группы студентов по предмету (оценки по 100-бальной шкале). Вычислить среднее значение и среднее квадратическое отклонение баллов.

Показатели уровня знаний.

№ испытуемого	баллы
1	58
2	60
3	29
4	41
5	61
6	50
7	31
8	66
9	56
10	62
11	76
12	44
13	72
14	35
15	45
16	55
17	59
18	64
19	87
20	69

Задача 2. Перед началом учебного первого учебного года был измерен уровень интеллекта у группы студентов. В начале второго учебного года при помощи параллельной методики вновь был измерен уровень интеллекта. Можно ли сказать, что за год обучения интеллектуальный уровень студентов значительно изменился?

Показатели уровня интеллекта.

№ испытуемого	Начальный срез	Конечный срез
1	100	116
2	102	102
3	105	114
4	120	119
5	110	119
6	106	116
7	109	100
8	115	121
9	114	118
10	111	119

11	120	122
12	125	121

Задача 3. Существуют ли статистически достоверные различия в показателях личностной тревожности среди мальчиков и девочек подросткового возраста?

Показатели уровня тревожности по методике Спилбергера-Ханина.

№ испытуемого	Девочки	Мальчики
1	36	43
2	39	41
3	47	33
4	54	40
5	52	38
6	54	41
7	34	52
8	42	38
9	51	23
10	44	40
11	47	49
12	67	42
13	57	45
14	41	37
15	50	42
16	54	40
17	45	43
18	59	45
19	46	35
20	48	45

Задача 4. Существуют ли статистически достоверные различия по уровню тревожности среди студентов с проявлением психоматических дисфункций и студентов без дисфункций (здоровых)?

	Повышенная тревожность	Тревожность в норме
Группа студентов с психоматическими дисфункциями	16	4
Группа студентов без психоматических дисфункций	6	14

Задача 5. Существует ли статистически достоверная корреляционная связь между показателями уровня интеллекта IQ (по Векслеру) среди родителей и их детей?

Показатели уровня интеллекта IQ по методике Векслера.

№ пары	Родители	Дети
1	117	109

2	108	119
3	121	110
4	106	123
5	117	109
6	105	122
7	118	102
8	128	90
9	116	111
10	122	92
11	98	111
12	128	111
13	99	116
14	126	98
15	103	121

Вариант 2

Задача 1. Был измерен показатель уровня интеллекта IQ (по Векслеру) среди группы старшеклассников. Вычислить среднее значение и среднее квадратическое отклонение уровня интеллекта IQ.

Показатели уровня интеллекта.

№ испытуемого	IQ
1	109
2	119
3	110
4	123
5	109
6	122
7	102
8	90
9	111
10	92
11	111
12	111
13	116
14	98
15	121

Задача 2. Будут ли выявлены статистически достоверные изменения в показателях познавательной активности подростков после внедрения программы развития мышления?

Показатели познавательной активности по опроснику POI.

№ испытуемого	«до»	«после»
1	3	4
2	6	8
3	6	7
4	7	8

5	6	8
6	8	8
7	4	5
8	6	7
9	5	5
10	5	5
11	7	9
12	7	8
13	6	8
14	3	3
15	6	6
16	3	5
17	7	7
18	8	8

Задача 3. Можно ли утверждать что показатели тревожности среди подростков с девиантным поведением достоверно выше, чем у подростков без девиаций?

Показатели уровня тревожности по методике Тейлора.

№ испытуемого	Подростки с девиантным поведением	Подростки без девиаций
1	21	36
2	17	24
3	9	23
4	19	27
5	19	17
6	21	12
7	20	7
8	29	30
9	23	20
10	25	24
11	29	17
12	23	13
13	35	1
14	33	23
15	5	32

Задача 4. Существуют ли статистически достоверные различия по уровню сформированности синдрома «эмоциональное выгорание» среди женщин с преобладанием маскулинных характеристик и женщин с преобладанием феминных характеристик?

	Синдром эмоционального выгорания	Не выявлен синдром эмоционального выгорания
Женщины с преобладанием маскулинных характеристик	7	36
Женщины с преобладанием феминных характеристик	19	24

Задача 5. Существует ли статистически достоверная корреляционная связь между оценками знаний группы студентов (по 100-бальной шкале) среди двух преподавателей?

Оценка знаний студентов по 100-бальной шкале.

№ студента	1 преподаватель	2 преподаватель
1	71	58
2	49	60
3	30	29
4	58	41
5	56	61
6	44	50
7	54	31
8	41	66
9	73	56
10	83	62
11	67	76
12	60	44
13	62	72
14	82	35
15	88	45
16	65	55
17	53	59
18	80	64
19	60	87
20	56	69

Вариант 3

Задача 1. Был измерен уровень знаний группы студентов по предмету (оценки по 100-бальной шкале). Вычислить среднее значение и среднее квадратическое отклонение баллов.

Показатели уровня знаний.

№ испытуемого	баллы
1	69
2	68
3	65
4	34
5	77
6	63
7	57
8	61
9	42
10	85
11	49
12	41
13	62

14	63
15	80
16	88
17	46
18	57
19	65
20	60

Задача 2. Психолог проводит групповой тренинг. Его задача – выяснить будет ли эффективен данный конкретный вариант тренинга для снижения уровня тревожности участников?

Показатели уровня тревожности.

№ испытуемого	«до»	«после»
1	24	22
2	12	12
3	40	23
4	30	31
5	40	32
6	35	24
7	40	40
8	32	12
9	40	22
10	24	21
11	33	30
12	38	26
13	39	38
14	25	23
15	28	22
16	36	22
17	37	36
18	32	38
19	25	25

Задача 3. При переходе из младшего звена школы в пятый класс у учащихся городской и сельской школ психологом проведен тест на общую осведомленность. Будут ли обнаружены статистически значимые различия по общей осведомленности между учащимися городской и сельской школами?

Показатели общей осведомленности.

№ испытуемого	Городские школьники	Сельские школьники
1	8	6
2	9	6
3	8	8
4	9	8
5	8	4
6	9	5
7	10	7

8	8	9
9	9	8
10	9	9
11	7	5
12	7	7
13	8	7
14	9	4
15	10	5
16	10	6
17	7	3
18	8	4
19	8	5
20	10	

Задача 4. Существуют ли статистически достоверные различия по уровню тревожности среди леворуких и праворуких детей?

	Высокий уровень тревожности	Низкий уровень тревожности
Леворукие дети	5	15
Праворукие дети	0	20

Задача 5. Существует ли статистически достоверная корреляционная связь между показателями уровня интеллекта IQ (по Векслеру) среди родителей и их детей?

Показатели уровня интеллекта IQ по методике Векслера.

№ пары	Родители	Дети
1	129	105
2	101	98
3	137	140
4	112	112
5	115	130
6	111	138
7	123	119
8	110	120
9	118	127
10	103	123
11	94	111
12	96	112
13	116	105
14	97	97
15	112	117

Вариант 4

Задача 1. Был измерен показатель уровня интеллекта IQ (по Векслеру) среди группы старшеклассников. Вычислить среднее значение и среднее квадратическое отклонение уровня интеллекта IQ.

Показатели уровня интеллекта.

№	IQ
---	----

испытуемого	
1	105
2	98
3	140
4	112
5	130
6	138
7	119
8	120
9	127
10	123
11	111
12	112
13	105
14	97
15	117

Задача 2. Психолог проводит с младшими школьниками коррекционную работу по формированию навыков внимания, используя для оценки результатов коррекционную пробу. Будут ли уменьшаться количество ошибок внимания у младших школьников после специальных коррекционных упражнений?

Количество ошибок внимания.

№ испытуемого	«до»	«после»
1	24	22
2	12	12
3	42	41
4	30	31
5	40	32
6	55	44
7	50	50
8	52	32
9	50	32
10	22	21
11	33	34
12	78	56
13	79	78
14	25	23
15	28	22
16	16	12
17	17	16
18	12	18
19	25	25

Задача 3. Изучались психологические особенности школьников 9-а и 9-в классов. Оцените, различаются ли оценки интеллекта у учеников обоих классов?

Интегральные показатели развития интеллекта (ИП)
по методике КОТ (краткий отборочный тест).

№ испытуемого	Учащиеся 9-а класса	Учащиеся 9-в класса
1	16	19
2	16	19
3	20	10
4	14	13
5	18	18
6	20	13
7	23	11
8	19	16
9	18	16
10	21	16
11	19	11
12	21	13
13	18	11
14	15	13
15	11	
16	20	
17	23	
18	21	
19	26	

Задача 4. Различаются ли группа женщин в возрасте 18-29 лет от группы в возрасте 30-44 лет по уровню мотивации успеха и боязни неудачи?

	Мотивация успеха	Боязнь неудачи
Группа женщин (18-29 лет)	10	2
Группа женщин (30-44 лет)	12	0

Задача 5. Существует ли статистически достоверная корреляционная связь между оценками знаний группы студентов (по 100-бальной шкале) среди двух преподавателей?

Оценка знаний студентов по 100-бальной шкале.

№ студента	1 преподаватель	2 преподаватель
1	56	69
2	76	68
3	65	65
4	66	34
5	76	77
6	62	63
7	89	57
8	48	61
9	62	42
10	50	85
11	47	49
12	80	41
13	67	62
14	87	63

15	78	80
16	55	88
17	67	46
18	51	57
19	73	65
20	75	60

Вариант 5

Задача 1. Был измерен уровень знаний группы студентов по предмету (оценки по 100-бальной шкале). Вычислить среднее значение и среднее квадратическое отклонение баллов.

Показатели уровня знаний.

№ испытуемого	баллы
1	53
2	64
3	65
4	76
5	88
6	59
7	62
8	67
9	62
10	90
11	88
12	69
13	61
14	81
15	65
16	89
17	68
18	44
19	61

Задача 2. Представлены результаты по количеству правильно выполненных заданий. Сравнить эффективность до и после применения методики обучения на одной группе студентов.

Количество правильно выполненных заданий.

№ испытуемого	«до»	«после»
1	12	13
2	9	9
3	11	10
4	10	15
5	9	8
6	12	16
7	7	9
8	16	16
9	25	23

10	22	22
11	14	20
12	24	26
13	9	8
14	15	15
15	15	15
16	19	21
17	10	10
18	24	25
19	11	11
20	11	10

Задача 3. Используя тест Векслера, психолог определил показатели интеллекта у двух групп школьников из городской и сельской школ. Имеются ли статистически значимые различия в показателях интеллекта школьников двух групп?

Показатели уровня интеллекта по тесту Векслера.

№ испытуемого	Городские школьники	Сельские школьники
1	106	110
2	80	92
3	100	94
4	76	90
5	84	74
6	84	72
7	114	66
8	110	72
9	110	98
10	120	78
11	125	86
12	130	90

Задача 4. Существуют ли статистически достоверные различия по доминированию мозговой активности правого или левого полушария среди мужчин и женщин?

	Доминированию мозговой активности правого полушария	Доминированию мозговой активности левого полушария
Мужчины	4	11
Женщины	13	2

Задача 5. Существует ли статистически достоверная корреляционная связь между показателями уровня интеллекта IQ (по Векслеру) среди родителей и их детей?

Показатели уровня интеллекта IQ по методике Векслера.

№ пары	Родители	Дети
1	103	120

2	122	139
3	116	124
4	112	96
5	106	107
6	112	90
7	84	138
8	130	117
9	105	131
10	99	98
11	128	115
12	114	123
13	131	102
14	128	125
15	93	123

Вариант 6

Задача 1. Был измерен показатель уровня интеллекта IQ (по Векслеру) среди группы старшеклассников. Вычислить среднее значение и среднее квадратическое отклонение уровня интеллекта IQ.

Показатели уровня интеллекта.

№ испытуемого	IQ
1	120
2	139
3	124
4	96
5	107
6	90
7	138
8	117
9	131
10	98
11	115
12	123
13	102
14	125
15	123

Задача 2. Будет ли разработанная программа способствовать снижению эмоциональных барьеров в общении у старшеклассников?

Показатели диагностики эмоциональных барьеров в общении (опросник В.В. Бойко «Эмоциональные барьеры в общении»).

№ испытуемого	«до»	«после»
1	9	8
2	9	9
3	7	9
4	10	6
5	5	5

6	5	7
7	11	11
8	6	7
9	10	15
10	10	10
11	3	5
12	10	6
13	8	9
14	10	8
15	13	12
16	8	8
17	10	8
18	12	14
19	9	9

Задача 3. Используя тест Басса-Дарки, психолог исследовал уровень агрессивности у двух групп испытуемых. Одна группа ВИЧ-инфицированные, вторая группа – люди, не инфицированные ВИЧ. Его интересует вопрос, будут ли обнаружены статистически значимые различия в показателях уровня агрессивности?

Показатели уровня агрессивности по тесту Басса-Дарки.

№ испытуемого	ВИЧ-инфицированные	ВИЧ-не инфицированные
1	36	32
2	39	34
3	39	34
4	40	37
5	40	38
6	41	39
7	41	40
8	44	42
9	45	42
10	46	43
11	46	36
12	43	35

Задача 4. Существуют ли статистически достоверные различия по академической успеваемости между холостыми и женатыми студентами?

	Нет академической задолженности	Есть академическая задолженность
Холостой студент	5	2
Женатый студент	1	4

Задача 5. Существует ли статистически достоверная корреляционная связь между оценками знаний группы студентов (по 100-бальной шкале) среди двух преподавателей?

Оценка знаний студентов по 100-бальной шкале.

№	1 преподаватель	2 преподаватель
---	-----------------	-----------------

студента		
1	58	53
2	77	64
3	73	65
4	54	76
5	58	88
6	77	59
7	86	62
8	52	67
9	61	62
10	42	90
11	70	88
12	93	69
13	54	61
14	65	81
15	51	65
16	70	89
17	55	68
18	80	44
19	51	61

Вариант 7

Задача 1. Был измерен уровень знаний группы студентов по предмету (оценки по 100-бальной шкале). Вычислить среднее значение и среднее квадратическое отклонение баллов.

Показатели уровня знаний.

№ испытуемого	баллы
1	61
2	64
3	62
4	53
5	89
6	66
7	54
8	62
9	57
10	64
11	66
12	35
13	53
14	73
15	57
16	61
17	64
18	73
19	69

Задача 2. Способствовала ли коррекционная работа снижению личностной тревожности участников эксперимента?

Показатели личностей тревожности по методике Ч.Д.Спилбергера.

№ испытуемого	«до»	«после»
1	71	60
2	67	56
3	58	42
4	49	53
5	54	49
6	68	39
7	74	63
8	69	63
9	59	49
10	74	63
11	70	61
12	69	59

Задача 3. Существует ли статистически значимые различия в показателях эмоционального интеллекта между пользователями с Интернет-аддикцией и пользователями не подверженными интернет-зависимостью?

Показатели эмоционального интеллекта по тесту Н.Холла.

№ испытуемого	Пользователи с Интернет-аддикцией	Пользователи без Интернет-зависимости
1	34	37
2	74	61
3	48	55
4	45	59
5	47	73
6	53	82
7	62	71
8	52	74
9	54	54
10	43	76
11	54	21
12	13	41
13	37	25
14	29	51
15	71	34
16	12	84
17	24	79
18	35	32
19	52	68
20	49	

Задача 4. Существуют ли статистически достоверные различия по успешности решения новой экспериментальной задачи между двумя группами студентов?

	Справились с задачей	Не справились с задачей
--	----------------------	-------------------------

1 группа	12	8
2 группа	10	15

Задача 5. Существует ли статистически достоверная корреляционная связь между показателями уровня интеллекта IQ (по Векслеру) среди родителей и их детей?

Показатели уровня интеллекта IQ по методике Векслера.

№ пары	Родители	Дети
1	109	109
2	119	130
3	110	131
4	123	112
5	109	106
6	122	118
7	102	102
8	90	95
9	111	111
10	92	103
11	111	129
12	111	87
13	116	99
14	98	107
15	121	100

Вариант 8

Задача 1. Был измерен показатель уровня интеллекта IQ (по Векслеру) среди группы старшеклассников. Вычислить среднее значение и среднее квадратическое отклонение уровня интеллекта IQ.

Показатели уровня интеллекта.

№ испытуемого	IQ
1	109
2	130
3	131
4	112
5	106
6	118
7	102
8	95
9	111
10	103
11	129
12	87
13	99
14	107
15	100

Задача 2. Способствовало ли проведение коррекционно-развивающей программы повышению поведенческой активности дошкольников?

Показатели поведенческой активности.

№ испытуемого	«до»	«после»
1	28	45
2	21	31
3	21	23
4	22	34
5	23	23
6	24	24
7	9	19
8	18	18
9	24	48
10	19	38
11	17	35
12	19	19
13	24	24
14	16	40
15	18	34
16	19	19
17	19	19
18	26	50
19	13	23
20	15	15
21	14	14
22	11	27
23	14	25
24	19	19
25	20	20

Задача 3. У студентов химического и гуманитарного факультетов был измерен уровень вербального интеллекта. Можно ли утверждать, что «студентки-гуманитарии» имеют более высокий уровень вербального интеллекта?

Показатели уровня вербального интеллекта.

№ испытуемого	Студентки химического факультета	Студентки гуманитарного факультета.
1	14	9
2	12	12
3	14	15
4	11	27
5	8	16
6	5	5
7	12	7
8	17	6
9	22	15
10	23	10

11		7
12		14
13		11
14		21
15		20

Задача 4. Существуют ли статистически достоверные различия по успешности сдачи выпускных экзаменов между выпускниками двух школ?

	Более успешно сдали экзамены (на 4 и 5)	Менее успешно сдали экзамены (на 2 и 3)
Выпускники 1 школы	82	18
Выпускники 2 школы	45	43

Задача 5. Существует ли статистически достоверная корреляционная связь между оценками знаний группы студентов (по 100-бальной шкале) среди двух преподавателей?

Оценка знаний студентов по 100-бальной шкале.

№ студента	1 преподаватель	2 преподаватель
1	78	61
2	85	64
3	52	62
4	53	53
5	62	89
6	56	66
7	58	54
8	68	62
9	98	57
10	58	64
11	94	66
12	84	35
13	57	53
14	68	73
15	64	57
16	57	61
17	61	64
18	85	73
19	64	69

Вариант 9

Задача 1. Был измерен уровень знаний группы студентов по предмету (оценки по 100-бальной шкале). Вычислить среднее значение и среднее квадратическое отклонение баллов.

Показатели уровня знаний.

№ испытуемого	баллы
1	76

2	67
3	68
4	65
5	87
6	77
7	64
8	58
9	68
10	63
11	68
12	78
13	43
14	76
15	61
16	76
17	75
18	77
19	66

Задача 2. Повысились ли тревожность детей дошкольного возраста после просмотра мультфильмов, содержащих сцены насилия?

Показатели уровня тревожности.

№ испытуемого	«до»	«после»
1	2	3
2	1	2
3	0	0
4	0	0
5	2	1
6	2	3
7	1	2
8	1	3
9	0	0
10	2	2
11	2	2
12	1	2
13	0	0
14	0	0

Задача 3. Существуют ли различия в показателях социальной фрустрированности между юношами и девушками?

Показатели социальной фрустрированности по Л.И.Вассерману.

№ испытуемого	Юноши	Девушки
1	2	2,1
2	2,2	2,4
3	0,9	1,2
4	0,5	0,8
5	0,6	0,8

6	0,8	0,9
7	2	2,1
8	1,2	1,4
9	1,2	1,4
10	1,5	1,5
11	1,8	1,5
12	1,9	1,6
13	1,9	1,8
14	1,9	1,9
15	2,6	3,1
16	2	2,3
17	1,9	1,9
18	2,2	2,6
19	0,2	0,5
20	2	1,9

Задача 4. Существуют ли статистически достоверные различия по показателю наличия заболевания дальтонизм между мужчинами и женщинами?

	Дальтоники	Не дальтоники
Мужчины	38	442
Женщины	6	514

Задача 5. Существует ли статистически достоверная корреляционная связь между показателями уровня интеллекта IQ (по Векслеру) среди родителей и их детей?

Показатели уровня интеллекта IQ по методике Векслера.

№ пары	Родители	Дети
1	113	120
2	94	139
3	115	124
4	118	96
5	127	107
6	124	90
7	120	138
8	119	117
9	92	131
10	132	98
11	91	115
12	108	123
13	102	102
14	148	125
15	79	123

Вариант 10

Задача 1. Был измерен показатель уровня интеллекта IQ (по Векслеру) среди группы старшеклассников. Вычислить среднее значение и среднее квадратическое отклонение уровня интеллекта IQ.

Показатели уровня интеллекта.

№ испытуемого	IQ
1	120
2	139
3	124
4	96
5	107
6	90
7	138
8	117
9	131
10	98
11	115
12	123
13	102
14	125
15	123

Задача 2. Повысились ли показатели мышления младших школьников после комплекса психогимнастических упражнений для снятия утомляемости?

Показатели мышления по методике КОТ.

№ испытуемых	«до»	«после»
1	10	11
2	2	3
3	11	11
4	8	10
5	6	8
6	5	5
7	5	7
8	8	10
9	9	11
10	11	11
11	3	5
12	10	11
13	12	15
14	10	12
15	5	7
16	10	12
17	12	11
18	11	12
19	8	9
20	8	10

Задача 3. Существует ли статистически достоверные различия в показателях смыслообразующего мотива «достижение» между мужчинами и женщинами?

Показатели смыслообразующего мотива «достижение» по методике изучения трудовой мотивации И.Г.Кокуриной.

№ испытуемого	Женщины	Мужчины
1	18	16
2	16	16
3	16	17
4	18	19
5	17	16
6	18	17
7	17	16
8	23	20
9	17	16
10	19	18
11	17	18
12	17	18
13	19	18
14	14	19
15	17	20

Задача 4. Существуют ли статистически достоверные различия по успешности овладения иностранным языком между экстравертами и интровертами?

	Более успешно овладели иностранным языком	Менее успешно овладели иностранным языком
Экстраверты	17	7
Интроверты	5	14

Задача 5. Существует ли статистически достоверная корреляционная связь между оценками знаний группы студентов (по 100-бальной шкале) среди двух преподавателей?

Оценка знаний студентов по 100-бальной шкале.

№ (студента)	I препод.	II препод.	№ (студента)	I препод.	II препод.
1	55	76	10	40	63
2	56	67	11	51	68
3	69	68	12	64	78
4	62	65	13	83	43
5	42	87	14	47	76
6	58	77	15	75	61
7	53	64	16	65	76
8	72	58	17	51	75
9	57	68	18	65	77

Приложения

Критические значения критерия G-знаков

Таблица №1

n	ρ		n	ρ		n	ρ		n	ρ	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
5	0	-	27	8	7	49	18	15	92	37	34
6	0	-	28	8	7	50	18	16	94	38	35
7	0	0	29	9	7	52	19	17	96	39	36
8	1	0	30	10	8	54	20	18	98	40	37
9	1	0	31	10	8	56	21	18	100	41	37
10	1	0	32	10	8	58	22	19	110	45	42
11	2	1	33	11	9	60	23	20	120	50	46
12	2	1	34	11	9	62	24	21	130	55	51
13	3	1	35	12	10	64	24	22	140	59	55
14	3	2	36	12	10	66	25	23	150	64	60
15	3	2	37	13	10	68	26	23	160	69	64
16	4	2	38	13	11	70	27	24	170	73	69
17	4	3	39	13	11	72	28	25	180	78	73
18	5	3	40	14	12	74	29	26	190	83	78
19	5	4	41	14	12	76	30	27	200	87	83
20	5	4	42	15	13	78	31	28	220	97	92
21	6	4	43	15	13	80	32	29	240	106	101
22	6	5	44	16	13	82	33	30	260	116	110
23	7	5	45	16	14	84	33	30	280	125	120
24	7	5	46	16	14	86	34	31	300	135	129
25	7	6	47	17	15	88	35	32			
26	8	6	48	17	15	90	36	33			

Критические значения критерия T-Вилкоксона

Таблица №2

n	ρ		n	ρ	
	0,05	0,01		0,05	0,01
5	0	-	28	130	101
6	2	-	29	140	110
7	3	0	30	151	120
8	5	1	31	163	130
9	8	3	32	175	140
10	10	5	33	187	151
11	13	7	34	200	162
12	17	9	35	213	173
13	21	12	36	227	185
14	25	15	37	241	198
15	30	19	38	256	211
16	35	23	39	271	224
17	41	27	40	286	238
18	47	32	41	302	252
19	53	37	42	319	266
20	60	43	43	336	281
21	67	49	44	353	296
22	75	55	45	371	312
23	83	62	46	389	328
24	91	69	47	407	345
25	100	76	48	426	362
26	110	84	49	446	379
27	119	92	50	466	397

Критические значения критерия Q-Розенбаума

Таблица №3

<i>n</i>	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
P = 0,05																	
10	6																
11	6	6															
12	6	6	6														
13	7	6	6	6													
14	7	7	7	6	6												
15	7	7	7	6	6	6											
16	7	7	7	7	7	6	6										
17	7	7	7	7	7	7	7	7									
18	7	7	7	7	7	7	7	7	7								
19	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7							
20	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7						
21	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7					
22	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7				
23	8	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7			
24	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7		
25	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7	
26	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7
P = 0,01																	
10	9																
11	9	9															
12	9	9	9														
13	9	9	9	9													
14	9	9	9	9	9												
15	9	9	9	9	9	9											
16	10	9	9	9	9	9	9										
17	10	10	9	9	9	9	9	9									
18	10	10	10	9	9	9	9	9	9								
19	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9							
20	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9						
21	11	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9					
22	11	11	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9				
23	12	11	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9			
24	12	12	11	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9		
25	12	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9	
26	12	12	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9

Критические значения критерия U-Манна-Уитни

Таблица №4

n_1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n_2	$\rho=0,05$																		
3	-	0																	
4	-	0	1																
5	0	1	2	4															
6	0	2	3	5	7														
7	0	2	4	6	8	11													
8	1	3	5	8	10	13	15												
9	1	4	6	9	12	15	18	21											
10	1	4	7	11	14	17	20	24	27										
11	1	5	8	12	16	19	23	27	31	34									
12	2	5	9	13	17	21	26	30	34	38	42								
13	2	6	10	15	19	24	28	33	37	42	47	51							
14	3	7	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61						
15	3	7	12	18	23	28	33	39	44	50	55	61	66	72					
16	3	8	14	19	25	30	36	42	48	54	60	65	71	77	83				
17	3	9	15	20	26	33	39	45	51	57	64	70	77	83	89	96			
18	4	9	16	22	28	35	41	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109		
19	4	10	17	23	30	37	44	51	58	65	72	80	87	94	101	109	116	123	
20	4	11	18	25	32	39	47	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138
	$\rho=0,01$																		
5	-	-	0	1															
6	-	-	1	2	3														
7	-	0	1	3	4	6													
8	-	0	2	4	6	7	9												
9	-	1	3	5	7	9	11	14											
10	-	1	3	6	8	11	13	16	19										
11	-	1	4	7	9	12	15	18	22	25									
12	-	2	5	8	11	14	17	21	24	28	31								
13	0	2	5	9	12	16	20	23	27	31	35	39							
14	0	2	6	10	13	17	22	26	30	34	38	43	47						
15	0	3	7	11	15	19	24	28	33	37	42	47	51	56					
16	0	3	7	12	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66				
17	0	4	8	13	18	23	28	33	38	44	49	55	60	66	71	77			
18	0	4	9	14	19	24	30	36	41	47	53	59	65	70	76	82	88		
19	1	4	9	15	20	26	32	38	44	50	56	63	69	75	82	88	94	101	
20	1	5	10	16	22	28	34	40	47	53	60	67	73	80	87	93	100	107	114

Критические значения критерия U-Манна-Уитни

Таблица №4(продолжение).

n_1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
n_2	$\rho=0,05$																		
21	19	26	34	41	49	57	65	73	81	89	97	105	113	121	130	138	146	154	
22	20	28	36	44	52	60	69	77	85	94	102	111	119	128	136	145	154	162	
23	21	29	37	46	55	63	72	81	90	99	107	116	125	134	143	152	161	170	
24	22	31	39	48	57	66	75	85	94	103	113	122	131	141	150	160	169	179	
25	23	32	41	50	60	69	79	89	98	108	118	128	137	147	157	167	177	187	
26	24	33	43	53	62	72	82	93	103	113	123	133	143	154	164	174	185	195	
27	25	35	45	55	65	75	86	96	107	118	128	139	150	160	171	182	193	203	
28	26	36	47	57	68	79	89	100	111	122	133	144	156	167	178	189	200	212	
29	27	38	48	59	70	82	93	104	116	127	139	150	162	173	185	196	208	220	
30	28	39	50	62	73	85	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	
31	29	41	52	64	76	88	100	112	124	137	149	161	174	186	199	211	224	236	
32	30	42	54	66	78	91	103	116	129	141	154	167	180	193	206	219	232	245	
33	31	43	56	68	81	94	107	120	133	146	159	173	186	199	213	226	239	253	
34	32	45	58	71	84	97	110	124	137	151	164	178	192	206	219	233	247	261	
35	33	46	59	73	86	100	114	128	142	156	170	184	198	212	226	241	255	269	
36	35	48	61	75	89	103	117	132	146	160	175	189	204	219	233	248	263	278	
37	36	49	63	77	92	106	121	135	150	165	180	195	210	225	240	255	271	286	
38	37	51	65	79	94	109	124	139	155	170	185	201	216	232	247	263	278	294	
39	38	52	67	82	97	112	128	143	159	175	190	206	222	238	254	270	286	302	
40	39	53	69	84	100	115	131	147	163	179	196	212	228	245	261	278	294	311	
	$\rho=0,01$																		
21	10	16	22	29	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	113	120	127	
22	10	17	23	30	37	45	52	59	66	74	81	89	96	104	111	119	127	134	
23	11	18	25	32	39	47	55	62	70	78	86	94	102	109	117	125	133	141	
24	12	19	26	34	42	49	57	66	74	82	90	98	107	115	123	132	140	149	
25	12	20	27	35	44	52	60	69	77	86	95	103	112	121	130	138	147	156	
26	13	21	29	37	46	54	63	72	81	90	99	108	117	126	136	145	154	163	
27	14	22	30	39	48	57	66	75	85	94	103	113	122	132	142	151	161	171	
28	14	23	32	41	50	59	69	78	88	98	108	118	128	138	148	158	168	178	
29	15	24	33	42	52	62	72	82	92	102	112	123	133	143	154	164	175	185	
30	15	25	34	44	54	64	75	85	95	106	117	127	138	149	160	171	182	192	
31	16	26	36	46	56	67	77	88	99	110	121	132	143	155	166	177	188	200	
32	17	27	37	47	58	69	80	91	103	114	126	137	149	160	172	184	195	207	
33	17	28	38	49	60	72	83	95	106	118	130	142	154	166	178	190	202	214	
34	18	29	40	51	62	74	86	98	110	122	134	147	159	172	184	197	209	222	
35	19	30	41	53	64	77	89	101	114	126	139	152	164	177	190	203	216	229	
36	19	31	42	54	67	79	92	104	117	130	143	156	170	183	196	210	223	236	
37	20	32	44	56	69	81	95	108	121	134	148	161	175	189	202	216	230	244	
38	21	33	45	58	71	84	97	111	125	138	152	166	180	194	208	223	237	251	
39	21	34	46	59	73	86	100	114	128	142	157	171	185	200	214	229	244	258	
40	22	35	48	61	75	89	103	117	132	146	161	176	191	206	221	236	251	266	

Критические значения критерия U-Манна-Уитни

Таблица №4(продолжение).

n_1	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
n_2	$\rho=0,05$																		
21																			
22	171																		
23	180	189																	
24	188	198	207																
25	197	207	217	227															
26	206	216	226	237	247														
27	214	225	236	247	258	268													
28	223	234	245	257	268	279	291												
29	232	243	255	267	278	290	302	314											
30	240	252	265	277	289	301	313	326	338										
31	249	261	274	287	299	312	325	337	350	363									
32	258	271	284	297	310	323	336	349	362	375	389								
33	266	280	293	307	320	334	347	361	374	388	402	415							
34	275	289	303	317	331	345	359	373	387	401	415	429	443						
35	284	298	312	327	341	356	370	385	399	413	428	442	457	471					
36	292	307	322	337	352	367	381	396	411	426	441	456	471	486	501				
37	301	316	332	347	362	378	393	408	424	439	454	470	485	501	516	531			
38	310	325	341	357	373	388	404	420	436	452	467	483	499	515	531	547	563		
39	318	335	351	367	383	399	416	432	448	464	481	497	513	530	546	562	579	595	
40	327	344	360	377	394	410	427	444	460	477	494	511	527	544	561	578	594	611	628
	$\rho=0,01$																		
21																			
22	142																		
23	150	158																	
24	154	166	174																
25	165	174	183	192															
26	173	182	191	201	210														
27	180	190	200	209	219	229													
28	188	198	208	218	229	239	249												
29	196	206	217	227	238	249	259	270											
30	203	214	225	236	247	258	270	281	292										
31	211	223	234	245	257	268	280	291	303	314									
32	219	231	242	254	266	278	290	302	314	326	338								
33	227	239	251	263	276	288	300	313	325	337	350	362							
34	234	247	260	272	285	298	311	323	336	349	362	375	387						
35	242	255	268	281	294	308	321	334	347	360	374	387	400	413					
36	250	263	277	290	304	318	331	345	358	372	386	399	413	427	440				
37	258	271	285	299	313	327	341	355	370	384	398	412	426	440	454	468			
38	265	280	294	308	323	337	352	366	381	395	410	424	439	453	468	482	497		
39	273	288	303	317	332	347	362	377	392	407	422	437	452	467	482	497	512	527	
40	281	296	311	326	342	357	372	388	403	418	434	449	465	480	495	511	526	542	557

Критические значения критерия U-Манна-Уитни

Таблица №4(продолжение).

n_1	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
n_2	$p=0,05$																	
41	40	55	70	86	102	118	135	151	168	184	201	218	234	251	268	285	302	319
42	41	56	72	88	105	121	138	155	172	189	206	223	240	258	275	292	310	327
43	42	58	74	91	107	124	142	159	176	194	211	229	247	264	282	300	318	335
44	43	59	76	93	110	128	145	163	181	199	216	235	253	271	289	307	325	344
45	44	61	78	95	113	131	149	167	185	203	222	240	259	277	296	315	333	352
46	45	62	80	97	115	134	152	171	189	208	227	246	265	284	303	322	341	360
47	46	64	81	100	118	137	156	175	194	213	232	251	271	290	310	329	349	369
48	47	65	83	102	121	140	159	178	198	218	237	257	277	297	317	337	357	377
49	48	66	85	104	123	143	163	182	202	222	243	263	283	303	324	344	365	385
50	49	68	87	106	126	146	166	186	207	227	248	268	289	310	331	352	372	393
51	50	69	89	109	129	149	170	190	211	232	253	274	295	316	338	359	380	402
52	51	71	91	111	131	152	173	194	215	237	258	280	301	323	345	366	388	410
53	52	72	92	113	134	155	177	198	220	241	263	285	307	329	352	374	396	418
54	53	74	94	115	137	158	180	202	224	246	269	291	313	336	359	381	404	427
55	54	75	96	118	139	161	184	206	228	251	274	297	319	342	365	389	412	435
56	55	76	98	120	142	164	187	210	233	256	279	302	326	349	372	396	420	443
57	57	78	100	122	145	167	191	214	237	261	284	308	332	355	379	403	427	451
58	58	79	102	124	147	171	194	218	241	265	289	314	338	362	386	411	435	460
59	59	81	103	127	150	174	198	222	246	270	295	319	344	369	393	418	443	468
60	60	82	105	129	153	177	201	225	250	275	300	325	350	375	400	426	451	476
	$p=0,01$																	
41	23	36	49	63	77	91	106	121	136	151	166	181	196	211	227	242	258	273
42	23	37	50	65	79	94	109	124	139	155	170	186	201	217	233	249	265	280
43	24	38	52	66	81	96	112	127	143	159	175	190	207	223	239	255	271	288
44	25	39	53	68	83	99	115	130	146	163	179	195	212	228	245	262	278	295
45	25	40	54	70	85	101	117	134	150	167	183	200	217	234	251	268	285	303
46	26	41	56	71	87	104	120	137	154	171	188	205	222	240	257	275	292	310
47	27	42	57	73	90	106	123	140	157	175	192	210	228	245	263	281	299	317
48	27	43	58	75	92	109	126	143	161	179	197	215	233	251	269	288	306	325
49	28	44	60	77	94	111	129	147	165	183	201	220	238	257	276	294	313	332
50	29	45	61	78	96	114	132	150	168	187	206	225	244	263	282	301	320	339
51	29	46	63	80	98	116	135	153	172	191	210	229	249	268	288	307	327	347
52	30	47	64	82	100	119	137	157	176	195	215	234	254	274	294	314	334	354
53	31	48	65	83	102	121	140	160	179	199	219	239	259	280	300	320	341	361
54	31	49	67	85	104	114	143	163	183	203	224	244	265	285	306	327	348	369
55	32	50	68	87	106	126	146	166	187	207	228	249	270	291	312	333	355	376
56	33	51	69	89	108	129	149	177	190	211	233	254	275	297	318	340	362	384
57	33	52	71	90	111	131	152	173	194	215	237	259	281	302	324	347	369	391
58	34	53	72	92	113	133	155	176	198	220	242	264	286	308	331	353	376	398
59	34	54	73	94	115	136	158	179	201	224	246	268	291	314	337	360	383	406
60	35	55	75	96	117	138	160	183	205	228	250	273	296	320	343	366	390	413

Критические значения критерия U-Манна-Уитни

Таблица №4(продолжение).

n_1	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
n_2	$p=0,05$																		
41	336	353	370	387	404	421	438	456	473	490	507	524	541	559	576	593	610	628	645
42	345	362	380	397	415	432	450	467	485	503	520	538	556	573	591	609	626	644	662
43	353	371	389	407	425	443	461	479	497	515	533	552	570	588	606	624	642	660	679
44	362	380	399	417	436	454	473	491	510	528	547	565	584	602	621	640	658	677	695
45	371	390	408	427	446	465	484	503	522	541	560	579	598	617	636	655	674	693	712
46	380	399	418	437	457	476	495	515	534	554	573	593	612	631	651	670	690	709	729
47	388	408	428	447	467	487	507	527	547	566	586	606	626	646	666	686	706	726	746
48	397	417	437	458	478	498	518	539	559	579	600	620	640	661	681	701	722	742	763
49	406	426	447	468	488	509	530	550	571	592	613	634	654	675	696	717	738	759	780
50	414	435	457	478	499	520	541	562	583	605	626	647	669	690	711	732	754	775	796
51	423	445	466	488	509	531	553	574	596	618	639	661	683	704	726	748	770	791	813
52	432	454	476	498	520	542	564	586	608	630	652	675	697	719	741	763	786	808	830
53	441	463	485	508	530	553	575	598	620	643	666	688	711	734	756	779	802	824	847
54	449	472	495	518	541	564	587	610	633	656	679	702	725	748	771	794	818	841	864
55	458	481	505	528	551	575	598	622	645	669	692	716	739	763	786	810	834	857	881
56	467	491	514	538	562	586	610	634	657	681	705	729	753	777	801	825	850	874	898
57	476	500	524	548	572	597	621	645	670	694	719	743	768	792	816	841	865	890	915
58	484	509	534	558	583	608	633	657	682	707	732	757	782	807	832	856	881	906	931
59	493	518	543	568	594	619	644	669	694	720	745	770	796	821	847	872	897	923	948
60	502	527	553	578	604	630	655	681	707	733	758	784	810	836	862	888	913	939	965
	$p=0,01$																		
41	289	304	320	336	351	367	383	398	414	430	446	462	477	493	509	525	541	557	573
42	296	312	328	345	361	377	393	409	425	442	458	474	490	507	523	539	556	572	588
43	304	321	337	354	370	387	403	420	437	453	470	487	503	520	537	553	570	587	604
44	312	329	346	363	380	397	414	431	448	465	482	499	516	533	550	568	585	602	619
45	320	337	354	372	389	407	424	441	459	476	494	511	529	547	564	582	599	617	635
46	328	345	363	381	399	416	434	452	470	488	506	524	542	560	578	596	614	632	650
47	335	353	372	390	408	426	445	463	481	500	518	536	555	573	592	610	629	647	666
48	343	362	380	399	418	436	455	474	492	511	530	549	568	587	606	625	643	662	681
49	351	370	389	408	427	446	465	484	504	523	542	561	581	600	619	639	658	678	697
50	359	378	398	417	437	456	476	495	515	535	554	574	594	613	633	653	673	693	713
51	366	386	406	426	446	466	486	506	526	546	566	587	607	627	647	667	688	708	728
52	374	395	415	435	456	476	496	517	537	558	578	599	620	640	661	682	702	723	744
53	382	403	423	444	465	486	507	528	549	570	591	612	633	654	675	696	717	738	759
54	390	411	432	453	475	496	517	538	560	581	603	624	646	667	689	710	732	753	775
55	398	419	441	462	484	506	527	549	571	593	615	637	659	680	702	724	746	768	790
56	405	427	449	471	494	516	538	560	582	605	627	649	671	694	716	738	761	784	806
57	413	436	458	481	503	526	548	571	593	616	639	662	684	707	730	753	776	799	822
58	421	444	467	490	513	536	559	582	605	628	651	674	697	721	744	767	790	814	837
59	429	452	475	499	522	545	569	592	616	640	663	687	710	734	758	781	805	829	853
60	437	460	484	508	532	555	579	603	627	651	675	699	723	747	772	796	820	844	868

Критические значения критерия U-Манна-Уитни

Таблица №4(окончание).

n_1	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
n_2	$\rho=0,05$																			
41	662																			
42	679	697																		
43	697	715	733																	
44	714	733	751	770																
45	731	750	769	789	808															
46	749	768	788	807	827	846														
47	766	786	806	826	846	866	886													
48	783	804	824	845	865	886	906	927												
49	800	821	842	863	884	905	926	947	968											
50	818	839	861	882	903	925	946	968	989	1010										
51	835	857	879	901	922	944	966	988	1010	1032	1054									
52	852	875	897	919	942	964	986	1009	1031	1053	1076	1098								
53	870	893	915	938	961	934	1006	1029	1052	1075	1098	1120	1143							
54	887	910	934	957	980	1003	1026	1050	1073	1096	1119	1143	1166	1189						
55	904	928	952	975	999	1023	1046	1070	1094	1113	1141	1165	1189	1213	1236					
56	922	946	970	994	1018	1042	1067	1091	1115	1139	1163	1187	1212	1236	1260	1284				
57	939	964	988	1013	1037	1062	1087	1111	1136	1161	1185	1210	1235	1259	1284	1309	1333			
58	956	981	1007	1032	1057	1082	1107	1132	1157	1182	1207	1232	1257	1283	1308	1333	1358	1383		
59	974	999	1025	1050	1076	1101	1127	1152	1178	1204	1229	1255	1280	1306	1331	1357	1383	1408	1434	
60	991	1017	1043	1069	1095	1121	1147	1173	1199	1225	1251	1277	1303	1329	1355	1381	1407	1433	1460	1486
	$\rho=0,01$																			
41	589																			
42	605	621																		
43	621	637	654																	
44	636	654	671	688																
45	652	670	688	706	723															
46	668	687	705	723	741	759														
47	684	703	722	740	759	777	796													
48	700	719	738	757	776	795	814	834												
49	716	736	755	775	794	814	833	853	872											
50	732	752	772	792	812	832	852	872	892	912										
51	748	769	789	809	830	850	870	891	911	932	952									
52	764	785	806	827	847	868	889	910	931	951	972	993								
53	780	802	823	844	865	886	908	929	950	971	993	1014	1035							
54	796	818	840	861	883	905	926	948	970	991	1013	1035	1057	1078						
55	812	834	857	879	901	923	945	967	989	1011	1034	1056	1078	1100	1122					
56	828	851	873	896	919	941	964	986	1009	1031	1054	1077	1099	1122	1145	1167				
57	844	867	890	913	936	959	982	1005	1028	1051	1074	1098	1121	1141	1167	1190	1213			
58	861	884	907	931	954	978	1001	1024	1048	1071	1095	1118	1142	1165	1189	1213	1236	1260		
59	877	900	924	948	972	996	1020	1044	1068	1091	1115	1139	1163	1187	1211	1235	1259	1283	1307	
60	893	917	941	965	990	1014	1038	1063	1087	1111	1136	1160	1185	1209	1234	1258	1282	1307	1331	1356

Величина угла φ (в радианах) для разных процентных долей.

Таблица №5.

%доля	% , последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения $\varphi = 2 \arcsin \sqrt{p}$									
0,0	0,000	0,020	0,028	0,035	0,040	0,045	0,049	0,053	0,057	0,060
0,1	0,063	0,066	0,069	0,072	0,075	0,077	0,080	0,082	0,085	0,087
0,2	0,089	0,092	0,094	0,096	0,098	0,100	0,102	0,104	0,106	0,108
0,3	0,110	0,111	0,113	0,115	0,117	0,118	0,120	0,122	0,123	0,125
0,4	0,127	0,128	0,130	0,131	0,133	0,134	0,136	0,137	0,139	0,140
0,5	0,142	0,143	0,144	0,146	0,147	0,148	0,150	0,151	0,153	0,154
0,6	0,155	0,156	0,158	0,159	0,160	0,161	0,163	0,164	0,165	0,166
0,7	0,168	0,169	0,170	0,171	0,172	0,173	0,175	0,176	0,177	0,178
0,8	0,179	0,180	0,182	0,183	0,184	0,185	0,186	0,187	0,188	0,189
0,9	0,190	0,191	0,192	0,193	0,194	0,195	0,196	0,197	0,198	0,199
1	0,200	0,210	0,220	0,229	0,237	0,246	0,254	0,262	0,269	0,277
2	0,284	0,291	0,298	0,304	0,311	0,318	0,324	0,330	0,336	0,342
3	0,348	0,354	0,360	0,365	0,371	0,376	0,382	0,387	0,392	0,398
4	0,403	0,408	0,413	0,418	0,423	0,428	0,432	0,437	0,442	0,446
5	0,451	0,456	0,460	0,465	0,469	0,473	0,478	0,482	0,486	0,491
6	0,495	0,499	0,503	0,507	0,512	0,516	0,520	0,524	0,528	0,532
7	0,536	0,539	0,543	0,547	0,551	0,555	0,559	0,562	0,566	0,570
8	0,574	0,577	0,581	0,584	0,588	0,592	0,595	0,599	0,602	0,606
9	0,609	0,613	0,616	0,620	0,623	0,627	0,630	0,633	0,637	0,640
10	0,644	0,647	0,650	0,653	0,657	0,660	0,663	0,666	0,670	0,673
11	0,676	0,679	0,682	0,686	0,689	0,692	0,695	0,698	0,701	0,704
12	0,707	0,711	0,714	0,717	0,720	0,723	0,726	0,729	0,732	0,735
13	0,738	0,741	0,744	0,747	0,750	0,752	0,755	0,758	0,761	0,764
14	0,767	0,770	0,773	0,776	0,778	0,781	0,784	0,787	0,790	0,793
15	0,795	0,798	0,801	0,804	0,807	0,809	0,812	0,815	0,818	0,820
16	0,823	0,826	0,828	0,831	0,834	0,837	0,839	0,842	0,845	0,847
17	0,850	0,853	0,855	0,858	0,861	0,863	0,866	0,868	0,871	0,874
18	0,876	0,879	0,881	0,884	0,887	0,889	0,892	0,894	0,897	0,900
19	0,902	0,905	0,907	0,910	0,912	0,915	0,917	0,920	0,922	0,925
20	0,927	0,930	0,932	0,935	0,937	0,940	0,942	0,945	0,947	0,950
21	0,952	0,955	0,957	0,959	0,962	0,964	0,967	0,969	0,972	0,974
22	0,976	0,979	0,981	0,984	0,986	0,988	0,991	0,993	0,996	0,998
23	1,000	1,003	1,005	1,007	1,010	1,012	1,015	1,017	1,019	1,022
24	1,024	1,026	1,029	1,031	1,033	1,036	1,038	1,040	1,043	1,045
25	1,047	1,050	1,052	1,054	1,056	1,059	1,061	1,063	1,066	1,068
26	1,070	1,072	1,075	1,077	1,079	1,082	1,084	1,086	1,088	1,091
27	1,093	1,095	1,097	1,100	1,102	1,104	1,106	1,109	1,111	1,113
28	1,115	1,117	1,120	1,122	1,124	1,126	1,129	1,131	1,133	1,135
29	1,137	1,140	1,142	1,144	1,146	1,148	1,151	1,153	1,155	1,157
30	1,159	1,161	1,164	1,166	1,168	1,170	1,172	1,174	1,177	1,179

Таблица № 5 Продолжение

%доля	%, последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения $\varphi = 2 \arcsin \sqrt{p}$									
31	1,182	1,183	1,185	1,187	1,190	1,192	1,194	1,196	1,198	1,200
32	1,203	1,205	1,207	1,209	1,211	1,213	1,215	1,217	1,220	1,222
33	1,224	1,226	1,228	1,230	1,232	1,234	1,237	1,239	1,241	1,243
34	1,245	1,247	1,249	1,251	1,254	1,256	1,258	1,260	1,262	1,264
35	1,266	1,268	1,270	1,272	1,274	1,277	1,279	1,281	1,283	1,285
36	1,287	1,289	1,291	1,293	1,295	1,297	1,299	1,302	1,304	1,306
37	1,308	1,310	1,312	1,314	1,316	1,318	1,320	1,322	1,324	1,326
38	1,328	1,330	1,333	1,335	1,337	1,339	1,341	1,343	1,345	1,347
39	1,349	1,351	1,353	1,355	1,357	1,359	1,361	1,363	1,365	1,367
40	1,369	1,371	1,374	1,376	1,378	1,380	1,382	1,384	1,386	1,388
41	1,390	1,392	1,394	1,396	1,398	1,400	1,402	1,404	1,406	1,408
42	1,410	1,412	1,414	1,416	1,418	1,420	1,422	1,424	1,426	1,428
43	1,430	1,432	1,434	1,436	1,438	1,440	1,442	1,444	1,446	1,448
44	1,451	1,453	1,455	1,457	1,459	1,461	1,463	1,465	1,467	1,469
45	1,471	1,473	1,475	1,477	1,479	1,481	1,483	1,485	1,487	1,489
46	1,491	1,493	1,495	1,497	1,499	1,501	1,503	1,505	1,507	1,509
47	1,511	1,513	1,515	1,517	1,519	1,521	1,523	1,525	1,527	1,529
48	1,531	1,533	1,535	1,537	1,539	1,541	1,543	1,545	1,547	1,549
49	1,551	1,553	1,555	1,557	1,559	1,561	1,563	1,565	1,567	1,569
50	1,571	1,573	1,575	1,577	1,579	1,581	1,583	1,585	1,587	1,589
51	1,591	1,593	1,595	1,597	1,599	1,601	1,603	1,605	1,607	1,609
52	1,611	1,613	1,615	1,617	1,619	1,621	1,623	1,625	1,627	1,629
53	1,631	1,633	1,635	1,637	1,639	1,641	1,643	1,645	1,647	1,649
54	1,651	1,653	1,655	1,657	1,659	1,661	1,663	1,665	1,667	1,669
55	1,671	1,673	1,675	1,677	1,679	1,681	1,683	1,685	1,687	1,689
56	1,691	1,693	1,695	1,697	1,699	1,701	1,703	1,705	1,707	1,709
57	1,711	1,713	1,715	1,717	1,719	1,721	1,723	1,725	1,727	1,729
58	1,731	1,734	1,736	1,738	1,740	1,742	1,744	1,746	1,748	1,750
59	1,752	1,754	1,756	1,758	1,760	1,762	1,764	1,766	1,768	1,770
60	1,772	1,774	1,776	1,778	1,780	1,782	1,784	1,786	1,789	1,791
61	1,793	1,795	1,797	1,799	1,801	1,803	1,805	1,807	1,809	1,811
62	1,813	1,815	1,817	1,819	1,821	1,823	1,826	1,828	1,830	1,832
63	1,834	1,836	1,838	1,840	1,842	1,844	1,846	1,848	1,850	1,853
64	1,855	1,857	1,859	1,861	1,863	1,865	1,867	1,869	1,871	1,873
65	1,875	1,878	1,880	1,882	1,884	1,886	1,888	1,890	1,892	1,894
66	1,897	1,899	1,901	1,903	1,905	1,907	1,909	1,911	1,913	1,916
67	1,918	1,920	1,922	1,924	1,926	1,928	1,930	1,933	1,935	1,937
68	1,939	1,941	1,943	1,946	1,948	1,950	1,952	1,954	1,956	1,958
69	1,961	1,963	1,965	1,967	1,969	1,971	1,974	1,976	1,978	1,980
70	1,982	1,984	1,987	1,989	1,991	1,993	1,995	1,998	2,000	2,002
71	2,004	2,006	2,009	2,011	2,013	2,015	2,018	2,020	2,022	2,024
72	2,026	2,029	2,031	2,033	2,035	2,038	2,040	2,042	2,044	2,047
73	2,049	2,051	2,053	2,056	2,058	2,060	2,062	2,065	2,067	2,069
74	2,071	2,074	2,076	2,078	2,081	2,083	2,085	2,087	2,090	2,092
75	2,094	2,097	2,099	2,101	2,104	2,106	2,108	2,111	2,113	2,115
76	2,118	2,120	2,122	2,125	2,127	2,129	2,132	2,134	2,136	2,139
77	2,141	2,144	2,146	2,148	2,151	2,153	2,156	2,158	2,160	2,163
78	2,165	2,168	2,170	2,172	2,175	2,177	2,180	2,182	2,185	2,187
79	2,190	2,192	2,194	2,197	2,199	2,202	2,204	2,207	2,209	2,212
80	2,214	2,217	2,219	2,222	2,224	2,227	2,229	2,231	2,234	2,237

Таблица № 5 Окончание

%доля	% . последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения $\varphi = 2 \cdot \arcsin \sqrt{p}$									
81	2,240	2,242	2,245	2,247	2,250	2,252	2,255	2,258	2,260	2,263
82	2,265	2,268	2,271	2,273	2,276	2,278	2,281	2,284	2,286	2,289
83	2,292	2,294	2,297	2,300	2,302	2,305	2,308	2,310	2,313	2,316
84	2,319	2,321	2,324	2,327	2,330	2,332	2,335	2,338	2,341	2,343
85	2,346	2,349	2,352	2,355	2,357	2,360	2,363	2,366	2,369	2,372
86	2,375	2,377	2,380	2,383	2,386	2,389	2,392	2,395	2,398	2,401
87	2,404	2,407	2,410	2,413	2,416	2,419	2,422	2,425	2,428	2,431
88	2,434	2,437	2,440	2,443	2,447	2,450	2,453	2,456	2,459	2,462
89	2,465	2,469	2,472	2,475	2,478	2,482	2,485	2,488	2,491	2,495
90	2,498	2,501	2,505	2,508	2,512	2,515	2,518	2,522	2,525	2,529
91	2,532	2,536	2,539	2,543	2,546	2,550	2,554	2,557	2,561	2,564
92	2,568	2,572	2,575	2,579	2,583	2,587	2,591	2,594	2,598	2,602
93	2,606	2,610	2,614	2,618	2,622	2,626	2,630	2,634	2,638	2,642
94	2,647	2,651	2,655	2,659	2,664	2,668	2,673	2,677	2,681	2,686
95	2,691	2,695	2,700	2,705	2,709	2,714	2,719	2,724	2,729	2,734
96	2,739	2,744	2,749	2,754	2,760	2,765	2,771	2,776	2,782	2,788
97	2,793	2,799	2,805	2,811	2,818	2,824	2,830	2,837	2,844	2,851
98	2,858	2,865	2,872	2,880	2,888	2,896	2,904	2,913	2,922	2,931
99.0	2,941	2,942	2,943	2,944	2,945	2,946	2,948	2,949	2,950	2,951
99.1	2,952	2,953	2,954	2,955	2,956	2,957	2,958	2,959	2,960	2,961
99.2	2,963	2,964	2,965	2,966	2,967	2,968	2,969	2,971	2,972	2,973
99.3	2,974	2,975	2,976	2,978	2,979	2,980	2,981	2,983	2,984	2,985
99.4	2,987	2,988	2,989	2,990	2,992	2,993	2,995	2,996	2,997	2,999
99.5	3,000	3,002	3,003	3,004	3,006	3,007	3,009	3,010	3,012	3,013
99.6	3,015	3,017	3,018	3,020	3,022	3,023	3,025	3,027	3,028	3,030
99.7	3,032	3,034	3,036	3,038	3,040	3,041	3,044	3,046	3,048	3,050
99.8	3,052	3,054	3,057	3,059	3,062	3,064	3,067	3,069	3,072	3,075
99.9	3,078	3,082	3,085	3,089	3,093	3,097	3,101	3,107	3,113	3,122
100	3,142									

Критические значения критерия φ -Фишера

Таблица №6

p равно или меньше	p равно или меньше (последний десятичный знак)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00	2,91	2,81	2,70	2,62	2,55	2,49	2,44	2,39	2,35	
0,01	2,31	2,28	2,25	2,22	2,19	2,16	2,14	2,11	2,09	2,07
0,02	2,05	2,03	2,01	1,99	1,97	1,96	1,94	1,92	1,91	1,89
0,03	1,88	1,86	1,85	1,84	1,82	1,81	1,80	1,79	1,77	1,76
0,04	1,75	1,74	1,73	1,72	1,71	1,70	1,68	1,67	1,66	1,65
0,05	1,64	1,64	1,63	1,62	1,61	1,60	1,59	1,58	1,57	1,56
0,06	1,56	1,55	1,54	1,53	1,52	1,52	1,51	1,50	1,49	1,48
0,07	1,48	1,47	1,46	1,46	1,45	1,44	1,43	1,43	1,42	1,41
0,08	1,41	1,40	1,39	1,39	1,38	1,37	1,37	1,36	1,36	1,35
0,09	1,34	1,34	1,33	1,32	1,32	1,31	1,31	1,30	1,30	1,29
0,10	1,29									

Критические значения коэффициента ранговой корреляции Спирмера

Таблица №7

n	ρ		n	ρ		n	ρ	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
5	0,94	–	17	0,48	0,62	29	0,37	0,48
6	0,85	–	18	0,47	0,60	30	0,36	0,47
7	0,78	0,94	19	0,46	0,58	31	0,36	0,46
8	0,72	0,88	20	0,45	0,57	32	0,36	0,45
9	0,68	0,83	21	0,44	0,56	33	0,34	0,45
10	0,64	0,79	22	0,43	0,54	34	0,34	0,44
11	0,61	0,76	23	0,42	0,53	35	0,33	0,43
12	0,58	0,73	24	0,41	0,52	36	0,33	0,43
13	0,56	0,70	25	0,49	0,51	37	0,33	0,43
14	0,54	0,68	26	0,39	0,50	38	0,32	0,41
15	0,52	0,66	27	0,38	0,49	39	0,32	0,41
16	0,50	0,64	28	0,38	0,48	40	0,31	0,40

Литература

1. Дорофеев, В.А. Основы регрессионного моделирования для психологов: учебное пособие по дисциплине «Математическая статистика и математические методы в психологии» / В.А. Дорофеев, Ю.А. Мочалова ; Министерство науки и высшего образования РФ, Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Южный федеральный университет, 2018. – 130 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=499592> (дата обращения: 15.11.2020). – Библиогр.: с. 120-121. – ISBN 978-5-9275-2549-2. – Текст : электронный.
2. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов: Учебник /О.Ю. Ермолаев. — 2-е изд. испр. — Москва : Флинта, 2003. — 336 с. — Режим доступа свободный. — URL: <https://bookree.org/reader?file=636056> (дата обращения: 13.12.2020) – Библиогр. в кн. – ISBN 5-89349-361-3. – Текст : электронный.
3. Карымова, О.С. Математические методы в психологии : учебное пособие / О.С. Карымова, И.С. Якиманская ; Оренбургский государственный университет. – Оренбург : Оренбургский государственный университет, 2012. – 169 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=258840> (дата обращения: 15.11.2020). – Библиогр.: с. 152 - 153. – Текст : электронный.
4. Остапенко, Р. И. Математические основы психологии : учебно-методическое пособие / Р. И. Остапенко. — Воронеж : : Воронежский государственный педагогический университет (ВГПУ), 2010. — 76 с. — Режим доступа: свободный. – URL: https://bookap.info/book/ostapenko_matematicheskie_osnovy_psihologii/by/page/1 (дата обращения: 13.12.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-261-00847-7. – Текст : электронный.
5. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии: учебное пособие / Е.В. Сидоренко. – Санкт-Петербург: ООО «Речь», 2003. – 350 с. – Режим доступа: свободный. – URL: <https://www.sgu.ru/sites/default/files/textdocsfiles/2014/02/19/sidorenko.pdf> (дата обращения: 13.12.2020) – Библиогр. в кн. – ISBN 5-9268-0010-2. – Текст : электронный.

Математическая обработка психологического эксперимента

**Учебно-методическое пособие для студентов-бакалавров
педагогических направлений**

Авторы-составители:

А.И. Сотников - к.ф.-м.н. старший преподаватель кафедры
математики и методики преподавания математики.

Н.Б. Инвирсина – учитель школы № 15 г. Кызыла